



日本銀行ワーキングペーパーシリーズ

## ニューケインジアン・モデルを用いた インフレと社会厚生に関する分析： 日米を事例に

嶺山友秀\*

tomohide.mineyama@boj.or.jp

平田渉\*

wataru.hirata@boj.or.jp

西崎健司\*

kenji.nishizaki@boj.or.jp

No.19-J-5  
2019年6月

日本銀行  
〒103-8660 日本郵便（株）日本橋郵便局私書箱 30号

\* 企画局

日本銀行ワーキングペーパーシリーズは、日本銀行員および外部研究者の研究成果をとりまとめたもので、内外の研究機関、研究者等の有識者から幅広くコメントを頂戴することを意図しています。ただし、論文の中で示された内容や意見は、日本銀行の公式見解を示すものではありません。

なお、ワーキングペーパーシリーズに対するご意見・ご質問や、掲載ファイルに関するお問い合わせは、執筆者までお寄せ下さい。

商用目的で転載・複製を行う場合は、予め日本銀行情報サービス局 (post.prd8@boj.or.jp) までご相談下さい。転載・複製を行う場合は、出所を明記して下さい。

# ニューケインジアン・モデルを用いたインフレと 社会厚生に関する分析：日米を事例に\*

嶺山 友秀<sup>†</sup>、平田 渉<sup>‡</sup>、西崎 健司<sup>§</sup>

2019年6月

## 【要旨】

本稿では、ニューケインジアン・モデルを用いて、社会厚生を最大化する定常状態インフレ率に関して分析を行った。日本と米国について、経済構造やゼロ金利に直面した期間の違いをモデルに組み込み、インフレのコストとベネフィットに影響を与える4つの代表的な要因、すなわち、(1)価格の硬直性、(2)貨幣保有の機会費用、(3)名目賃金の下方硬直性、(4)ゼロ金利制約の影響を、モデルの非線形性を踏まえて評価した。分析によれば、社会厚生を最大化する定常状態インフレ率は、日米ともに2%近傍であるとの結果が得られた。もっとも、プラスのインフレ率が必要となる主因は、日本ではゼロ金利制約、米国では名目賃金の下方硬直性と、両国において異なる。また、定常状態インフレ率が2%近傍から上下1%ポイント程度乖離しても、社会厚生が低下する程度は限定的なものにとどまるとの結果も確認された。金融政策の時間軸効果（フォワード・ガイダンス）を勘案すると、社会厚生上許容されうる定常状態インフレ率の下限が切り下がることも分かった。ただし、ゼロ金利制約に関連するパラメータの不確実性などを踏まえると、計測された定常状態インフレ率に関する結果は相応に幅をもってみる必要がある。

JEL 分類番号：E31、E43、E52

キーワード：インフレーション、社会厚生、ニューケインジアン・モデル、名目賃金の下方硬直性、ゼロ金利制約、フォワード・ガイダンス

---

\* 本稿は、東京大学金融教育研究センター・日本銀行調査統計局第8回共催コンファレンス「近年のインフレ動学を巡る論点：日本の経験」（2019年4月15日開催）の導入セッションにて報告された。

本稿の作成に当たり、青木浩介氏、一上響氏、北村富行氏、黒住卓司氏、Susanto Basu 氏、Yuriy Gorodnichenko 氏、Joshua Hausman 氏、Peter Ireland 氏、日本銀行でのセミナーおよび上記コンファレンス参加者から有益なコメントを頂戴した。記して謝意を表したい。もちろん、本稿のあり得べき誤りは、全て筆者たち個人に属する。なお、本稿に示される内容や意見は、筆者たち個人に属するものであり、日本銀行の公式見解を示すものではない。

<sup>†</sup> 日本銀行企画局 (tomohide.mineyama@boj.or.jp)

<sup>‡</sup> 日本銀行企画局 (wataru.hirata@boj.or.jp)

<sup>§</sup> 日本銀行企画局 (kenji.nishizaki@boj.or.jp)

JANET YELLEN 「議長、『物価安定』を定義していただけますか。」

ALAN GREENSPAN 「物価安定とは、一般物価水準の予期された変動が、企業や家計の意思決定に影響を与えない状況のことである。」

JANET YELLEN 「それを数値で示していただけますか。」

－ 連邦公開市場委員会 (1996年7月2、3日) 議事録より

## 1 はじめに

貨幣経済学の研究者は、インフレのコストとベネフィットについて、長きに亘り意見を戦わせてきた。上述の物価安定に関する Alan Greenspan 元FRB (連邦準備制度理事会) 議長による考え方は単純明快なものであるが、こうした物価安定の概念と整合的な数値を具体的に示すことは、困難な仕事である。これは、インフレが様々な経路を通じて、家計の経済的な充足度として表現される社会厚生に影響を与えるものであり、それぞれを正確に評価するには理論構築・数値計算の両面で技術的障壁がきわめて高い。

インフレのコストとベネフィットを巡る近年の研究では、ミクロ的基礎づけを持つモデルを用いて、代表的家計の効用で測った社会厚生を最大化する定常状態インフレ率を評価している。こうしたインフレ率の算出に当たって、先行研究では、(1) 価格の硬直性、(2) 貨幣保有の機会費用、(3) 名目賃金の下方硬直性、(4) ゼロ金利制約という、インフレのコストとベネフィットに影響を与える4つの代表的な要因のうち、少なくとも1つ以上を取り上げたものが多い。この点、1990年代頃から価格の硬直性に焦点を当てるニューケインジアン理論が発展してきたことを受けて、相対価格のばらつきが抑えられるゼロインフレが、社会厚生を最大化するという見方が広く受け入れられるようになった。しかし、インフレのコストとベネフィットを巡るより古典的な見方は、1970年頃には既に存在した。例えば、Friedman (1969) は、貨幣保有の機会費用である名目金利がゼロ%となるよう、インフレ率はマイナスであるべきだと論じた。他方、Tobin (1972) は、名目賃金の下方硬直性があるもとでは、プラスのインフレ率は景気後退局面における実質賃金の調整で「労働市場の潤滑油」の役割を果たすと指摘した。さらに、より近年の議論では、Blanchard et al. (2010) が、現代の経済は従来想定されていた以上に頻繁にゼロ金利制約に直面する可能性があり、それ故にプラスの定常状態インフレ率が正当化されうると主張している。

こうした中、社会厚生を最大化する定常状態インフレ率に関する先行研究の結果には、大きなばらつきがみられる。図1は、米国経済に関する推計結果の分布を示したものであ

る。ここからは、2つの基本的事実を読み取ることができる。第一に、ゼロ%近傍の定常状態インフレ率が社会厚生を最大化するという研究結果が多いものの、なお無視しえないばらつきがみられる点である。第二に、リーマン・ショック後の世界金融危機以降は、同インフレ率としてプラスの値を示す研究が増えている点である。ただ、このように世界金融危機後のゼロ金利の経験が、推計結果の分布のシフトに寄与したことは明らかであるが、世界金融危機後における研究の過半数が、依然としてゼロ%以下のインフレ率が社会厚生を最大化すると論じている<sup>1</sup>。こうしたばらつきが生じる一つの理由は、それぞれの研究で取り上げられているインフレのコストとベネフィットに影響を与える要因が異なることが挙げられる。実際のところ、非線形性を扱う必要がない価格の硬直性を中心に分析した研究は引き続き多い一方、非線形性を伴う名目賃金の下方硬直性やゼロ金利制約を扱った研究はなお少ない。

こうした状況を踏まえ、本稿では、ニューケインジアン・モデルを用いて社会厚生を最大化する定常状態インフレ率を分析する。先行研究と比べて、本稿の分析は以下の特徴を有する。第一に、定常状態インフレ率の水準に伴うトレード・オフをバランスよく捉えるために、上述したインフレのコストとベネフィットに影響を与える4つの代表的な要因を全て組み込む。第二に、非ゼロの定常状態インフレ率、名目賃金の下方硬直性、ゼロ金利制約などから生じるモデルの非線形性を明示的に考慮する。これにより、先行研究よりも正確にインフレ率を分析することが可能となる。第三に、日本と米国の経済構造やゼロ金利に直面した期間の違いを踏まえてモデルのパラメータを設定し、日米両国について分析を行う。この点、各国の経済構造の違いなどにより、社会厚生を最大化する定常状態インフレ率は異なりうる。

本稿の主な分析結果は以下の通りである。第一に、本稿で構築したニューケインジアン・モデルからは、プラスの定常状態インフレ率が社会厚生を最大化するという見方が支持される。より正確には、同インフレ率は、日米ともに2%近傍であることが分かった。第二に、このように2%近傍の定常状態インフレ率が必要となる主因は、日本ではゼロ金利制約、米国では名目賃金の下方硬直性と、両国で異なる。第三に、定常状態インフレ率が、2%近傍から上下1%ポイント程度乖離した場合も、社会厚生が低下する程度は限定的なものに止まる。とくに、ゼロ金利制約の影響が相対的に大きい日本では、金融政策の時間軸効果(フォワード・ガイダンス)を勘案した場合、社会厚生上許容されうる定常状態

---

<sup>1</sup>Schmitt-Grohé and Uribe (2010) によるサーベイでは、多くの先進国における中央銀行が2%程度のインフレ目標を有するという観察された事実は、ゼロインフレを支持する多くの理論研究の見地からは説明が難しいと指摘している。

インフレ率の下限が、はっきりと切り下がる。なお、本稿では、こうした分析結果に関する頑健性の確認も行っている。とくに、ゼロ金利制約に関連するパラメータについては相応の幅をもってみる必要があることを踏まえ、ゼロ金利制約に直面する頻度、継続期間、ゼロ金利期間中における経済の落ち込みの程度に関して異なる想定を置いた場合についても分析を行っている。

本稿の分析は、社会厚生を最大化する定常状態インフレ率に関する多くの先行研究と関係している。上述の通り、同分野の初期の研究では、主として貨幣保有 (例えば、Cooley and Hansen (1989)、Schmitt-Grohé and Uribe (2004、以下、SGU)) と価格の硬直性 (例えば、King and Wolman (1999)、SGU (2010)) に焦点を当てており、その多くが、ゼロ%以下のインフレ率が社会厚生を最大化することを示した<sup>2</sup>。他方、近年の研究では、プラスのインフレ率のベネフィット、とくにゼロ金利制約 (例えば、Coibion, Gorodnichenko, and Wieland (2012、以下、CGW)、Carreras, Coibion, Gorodnichenko, and Wieland (2016、以下、CCGW)、Kiley and Roberts (2017)) や名目賃金の下方硬直性 (例えば、Kim and Ruge-Murcia (2009)、Carlsson and Westermarck (2016)) に焦点を当てた分析が行われている。このほかにも、インフレのコストとベネフィットを巡って多様な視点が提唱されており、例えば、インフレ率の統計バイアス (SGU (2012))、財間の相対価格のトレンド (Wolman (2011)、Ikeda (2015))、企業の参入・退出 (Bilbiie et al. (2014))、企業の生産性成長率 (Oikawa and Ueda (2018)、Adam and Weber (2019)) が分析されている。

以上で言及した先行研究のほとんどは、米国を対象としたものである。日本を対象としたものとしては、Fuchi et al. (2008) がある。彼らは、インフレのコストとベネフィットに影響を与える4つの代表的な要因を組み込んだニューケインジアン・モデルの枠組みを用いて定常状態インフレ率を分析している。もっとも、彼らがゼロインフレ近傍で線形近似したモデルを用いている一方、本稿では、非ゼロの定常状態インフレ率周りの経済変動を正確に計測しているほか、名目賃金の下方硬直性やゼロ金利制約から生じる非線形性をより精緻に考慮している。さらに、本稿では、世界金融危機以降も含めた日本の長期間に亘るゼロ金利の経験を踏まえ、ゼロ金利に直面する期間が持続する可能性について、彼らの分析より厳しい前提を置いている。こうした拡張を反映して、本稿の分析結果では、社会厚生 of 最大値からの低下が限定的となる定常状態インフレ率の範囲の上限が、彼らのものと比べて幾分高くなっている。

本稿の構成は以下の通りである。2節ではモデルを記述する。3節では均衡の計算方法

---

<sup>2</sup>近年の研究には、異なる状況下で貨幣保有の役割を分析したものもある。例えば、Oda (2016) を参照。

とモデルのカリブレーションを説明する。4節ではベースラインの結果を報告する。5節ではパラメータの不確実性の影響を評価する。6節では頑健性の確認を行う。7節は結語である。

## 2 モデル

本稿のモデルは、CGW (2012) や SGU (2010) といった社会厚生上の観点から定常状態インフレ率を分析した先行研究で用いられた標準的なニューケインジアン・モデルを基にしている。経済は、家計部門、企業部門、中央銀行から構成される。家計は企業部門に労働を供給し、そこから得た賃金をもとに消費を行ったうえで、残りを債券と貨幣に配分する。企業は、独占的競争のもと、差別化された財を生産しており、Calvo (1983) 型の価格の硬直性のもとで価格を設定している。中央銀行は、金融政策反応関数に従い政策金利を設定する。

本稿のモデルは、インフレのコストとベネフィットに影響を与える4つの代表的な要因として、(1) 価格の硬直性、(2) 貨幣保有の機会費用、(3) 名目賃金の下方硬直性、(4) ゼロ金利制約、を組み込んでいる。それぞれが社会厚生を最大化する定常状態インフレ率に及ぼす影響は、以下の通りである。

### 1. 価格の硬直性

各期に価格改定できる企業とできない企業が混在する非同時的価格設定 (staggered price setting) のもとでは、インフレとデフレはどちらも財間の相対価格のばらつきを生じさせる。このように相対価格のばらつきが生じると、財間の代替関係が対称的であっても各財の需要が均一ではなくなり、経済の資源配分に歪みが生じる。さらに、インフレ率が定常状態の周りで変動するだけでなく、定常状態インフレ率がゼロ%から乖離すると、価格の硬直性から生じる厚生損失がさらに拡大する<sup>3</sup>。このため、価格の硬直性が存在するもとでは、ゼロインフレが社会厚生を最大化することが示唆される。

---

<sup>3</sup>この点については、Okun (1971) によって最初に指摘された。さらに、近年の Ascari (2004) や Ascari et al. (2018) の研究では、非ゼロの定常状態インフレ率のもとでは、企業が価格改定を行わない限り、最適な相対価格からの乖離が拡大し続けるため、大きな厚生損失が生じることを指摘している。

## 2. 貨幣保有の機会費用

貨幣を保有することは、財取引に係るコストの軽減など様々な便益を有する。他方で、貨幣を保有することにより、無リスク債券を保有した場合に支払われる名目金利を得る機会を失うことになる。この点に関して、Friedman (1969) は、貨幣保有の機会費用である名目金利がゼロ%となるよう、インフレ率はマイナスであるべきだと論じた。

## 3. 名目賃金の下方硬直性

多くの実証研究が、名目賃金は上方よりも下方に硬直的であることを指摘している。こうした名目賃金の下方硬直性があると、景気後退時に実質賃金が十分に調整されないため、労働市場に資源配分の歪みが生じる。Tobin (1972) は、名目賃金の下方硬直性があるもとでは、プラスのインフレ率は景気後退局面における実質賃金の調整で「労働市場の潤滑油」の役割を果たすと指摘した。

## 4. ゼロ金利制約

名目金利は通常の場合、ゼロ%が下限である<sup>4</sup>。こうした金利の下限は、政策変数として名目金利を操作する金融政策運営にとって制約となりうる。この点、Summers (1991) は、プラスのインフレ率が景気後退局面で名目金利を引き下げするための「のりしろ」の役割を果たすと論じた。Blanchard et al. (2010) は、現代の経済は従来想定されていた以上に頻繁にゼロ金利制約に直面する可能性があるとして、こうした議論を補強した。

以下では、本稿におけるモデルの設定について記述する。

## 2.1 家計部門

代表的家計は、集計された財  $C_t$  を消費することから効用を得る一方、同質な労働サービス  $H_t$  を供給することから不効用を得る。期待生涯効用は次のように与えられる。

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \left\{ \ln(C_{t+s}) - \frac{1}{1 + \frac{1}{\eta}} \chi_{t+s} H_{t+s}^{1 + \frac{1}{\eta}} \right\} \quad (1)$$

<sup>4</sup>近年では、いくつかの中央銀行がマイナス金利政策を導入している。この点を踏まえ、本稿では、6節において名目金利の実効下限の引き下げの効果を分析する。

ここで、 $\beta$  は主観的割引因子、 $\eta$  は労働供給のフリッシュ (Frisch) 弾力性、 $\chi_t$  は労働の不効用に影響を与える外生的要因を表している。家計は、名目債券  $S_t$  を取引することができる。名目債券  $S_t$  を保有すると、翌期にグロスの名目金利  $R_{n,t}$  が支払われるが、外生的に変動するリスクプレミアム  $Q_t$  の影響を受ける。また、貨幣  $M_t$  を保有することで財の購入が促進されると仮定する。具体的には、財の購入には取引費用  $s(V_t)$  がかかり、取引費用は消費・実質貨幣残高比率、すなわち、消費で測った貨幣流通速度の関数であると想定する。

$$V_t \equiv \frac{C_t}{M_t/P_t} \quad (2)$$

ただし、 $P_t$  は物価水準である。取引費用の定式化は、SGU (2004) に従う。

$$s(V_t) \equiv \delta_1 V_t + \frac{\delta_2}{V_t} - 2\sqrt{\delta_1 \delta_2} \quad (3)$$

$\delta_1, \delta_2 > 0$  は一定のパラメータである<sup>5</sup>。

各期の予算制約式は以下の通り与えられる。

$$(1 + s(V_t))C_t + \frac{M_t}{P_t} + \frac{S_t}{P_t} \leq \frac{M_{t-1}}{P_t} + R_{n,t-1}Q_{t-1}\frac{S_{t-1}}{P_t} + \frac{W_t}{P_t}H_t + \frac{T_t}{P_t} + \Phi_t \quad (4)$$

ここで、 $W_t$  は名目賃金、 $T_t$  は政府からの移転、 $\Phi_t$  は家計に配分される企業の実質収益である。

家計は予算制約式 (4) を満たすように期待生涯効用 (1) を最大化する消費  $C_t$ 、労働供給  $H_t$ 、債券保有  $S_t$ 、貨幣保有  $M_t$  を選ぶ。

### 消費のオイラー方程式

消費と債券保有に関する一階の条件から、次のオイラー方程式が導かれる。

$$E_t \left[ \beta \frac{\Xi_{t+1}}{\Xi_t} \frac{Q_t R_{n,t}}{\Pi_{t+1}} \right] = 1 \quad (5)$$

ただし、

$$\Xi_t = \frac{1}{C_t(1 + s(V_t) + V_t s'(V_t))} \quad (6)$$

ここで、 $\Pi_t = P_t/P_{t-1}$  はグロスのインフレ率、 $\Xi_t$  は家計の予算制約式のラグランジェ乗数であり、同制約が外生的に 1 単位緩むことで生じる消費の増分の効用を表している。

<sup>5</sup>ここで、 $s(V_t)$  は非負であり、飽和点  $V = \sqrt{\delta_2/\delta_1} > 0$  を上回る範囲で  $V_t$  の増加関数となる。



## 貨幣需要

貨幣保有に関する一階の条件から、貨幣需要関数が次のように与えられる。

$$V_t^2 s'(V_t) = \frac{Q_t R_{n,t} - 1}{Q_t R_{n,t}} \quad (7)$$

(7) 式は貨幣保有に関するトレード・オフを表している。すなわち、貨幣保有の便益は、(7) 式左辺の財を購入する際の取引費用を軽減することである一方、名目金利を受け取る機会を失う費用は、(7) 式右辺で表される。

## 賃金決定

賃金決定に関して、本稿では名目賃金の下方硬直性を仮定する。具体的には、以下の制約を置く。

$$W_t \geq \gamma W_{t-1} \quad (8)$$

パラメータ  $\gamma$  は名目賃金の下方硬直性の度合いであり、 $\gamma$  が高いほど賃金がより下方硬直的であることを示す。この設定は、 $\gamma \geq 1$  の時には賃金が完全に下方硬直的である場合、 $\gamma = 0$  の時には賃金が完全に伸縮的である場合を表す<sup>6</sup>。家計の労働供給に関する一階の条件と合わせると、実質賃金は次の式によって決定される。

$$\frac{W_t}{P_t} = \max \left\{ \chi_t \frac{H_t^{1/\eta}}{\Xi_t}, \gamma \frac{W_{t-1}}{\Pi_t P_{t-1}} \right\} \quad (9)$$

最大値オペレータの第一項は家計の消費と労働供給との間の限界代替率、第二項は実質値で示した賃金の下方硬直性を表している。ここで、名目賃金が下方硬直的であったとしても、実質賃金はインフレ率の分だけ低下可能であることには注意が必要である。

## 2.2 企業部門

インデックス  $i$  で区別された企業が  $[0, 1]$  区間上に均一に分布しており、各企業は、独占的競争のもと、差別化された財  $Y_t(i)$  を生産すると想定する。企業  $i$  は労働投入  $H_t(i)$  を用いて、次の線形の生産関数により生産を行う。

$$Y_t(i) = A_t Z_t H_t(i) \quad (10)$$

<sup>6</sup>例えば、一部の労働者の賃金が過去の賃金インフレ率などにインデクセーションされる形で上昇する一方、他の労働者は賃金引下げができない場合には、経済全体で観察される  $\gamma$  は1を上回ることもありうる。

ここで、生産性は各企業に共通であり、定常的な成分  $Z_t$  と確定的な成長率  $g = \ln(A_t/A_{t-1})$  で成長するトレンド成分から成るものとする。労働投入に関する費用最小化問題の一階の条件から、企業の実質限界費用  $MC_t$  は次のように与えられる。

$$MC_t = \frac{W_t}{P_t} \frac{1}{A_t Z_t} \quad (11)$$

また、本稿では、産出量  $Y_t$  を各財の CES 関数として集計する。

$$Y_t = \left( \int_0^1 Y_t(i)^{\frac{\theta-1}{\theta}} di \right)^{\frac{\theta}{\theta-1}} \quad (12)$$

ここで、 $\theta$  は財の代替の弾力性である。各企業は以下の需要曲線に直面する。

$$Y_t(i) = \left( \frac{P_t(i)}{P_t} \right)^{-\theta} Y_t \quad (13)$$

なお、対応する物価指数は以下のように与えられる。

$$P_t = \left( \int_0^1 P_t(i)^{1-\theta} di \right)^{\frac{1}{1-\theta}} \quad (14)$$

### フィリップス曲線

企業は自社の製品に独占力を持つため、価格設定者となる。本稿では、企業の価格設定は、Calvo (1983) 型の非同時的価格設定に従うと仮定する。具体的には、每期、 $\lambda \in (0, 1)$  の割合の企業は価格を据え置く一方、 $(1 - \lambda)$  の割合の企業は価格を改定する。再設定価格  $B_t$  は、以下の期待実質収益を最大化するよう決定される。

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \lambda^s \Lambda_{t,t+s} \Phi_{t+s|t} \quad (15)$$

ここで、 $\Phi_{t+s|t}$  は  $t$  期に価格改定を行った企業の  $t + s$  期における実質収益を表す。

$$\Phi_{t+s|t} \equiv \frac{B_t}{P_{t+s}} Y_{t+s|t} - MC_{t+s} Y_{t+s|t} \quad (16)$$

また、 $\Lambda_{t,t+s}$  は  $t$  期と  $t + s$  期の間の確率的割引因子である。

$$\Lambda_{t,t+s} \equiv \beta^s \frac{\Xi_{t+s}}{\Xi_t} \quad (17)$$

ただし、各企業に対する財需要は以下で与えられる。

$$Y_{t+s|t} = \left( \frac{B_t}{P_{t+s}} \right)^{-\theta} Y_{t+s} \quad (18)$$

なお、 $t$  期に価格改定を行う各企業は同一の最適化問題に直面するため、企業のインデックス  $i$  は省略している。

以上の最適化問題の一階の条件は、以下のように再帰的に書き表すことができる。

$$\frac{B_t}{P_t} = \frac{\Omega_{1t}}{\Omega_{2t}} \quad (19)$$

ここで、

$$\Omega_{1t} = \frac{\theta}{\theta - 1} MC_t \Xi_t Y_t + \lambda \beta E_t [\Pi_{t+1}^\theta \Omega_{1t+1}] \quad (20)$$

また、

$$\Omega_{2t} = \Xi_t Y_t + \lambda \beta E_t [\Pi_{t+1}^{\theta-1} \Omega_{2t+1}] \quad (21)$$

である。物価指数 (14) 式は以下のように書き換えることができる。

$$1 = (1 - \lambda) \left( \frac{B_t}{P_t} \right)^{1-\theta} + \lambda \Pi_t^{\theta-1} \quad (22)$$

これらの条件をゼロインフレの定常状態周りで一次近似すると、よく知られた線型のニューケインジアン型のフィリップス曲線が得られる点には留意されたい。

$$\pi_t = \beta E_t [\pi_{t+1}] + \kappa \widehat{m} c_t \quad (23)$$

ここで、 $\kappa \equiv \frac{(1-\lambda)(1-\beta\lambda)}{\lambda}$ 、 $\pi_t \equiv \ln(\Pi_t)$ 、 $\widehat{x}$  は変数  $X$  の定常状態からの乖離を表す。しかし、本稿では、非ゼロの定常状態インフレ率から生じる非線形性を明示的に考慮する。これにより、定常状態インフレ率の水準の違いによる社会厚生への影響を分析することが可能となる。

### 産出量と相対価格のばらつき

各企業の生産関数を集計することで、産出量は以下で与えられる。

$$Y_t = \frac{A_t Z_t H_t}{D_t} \quad (24)$$

ここで、 $D_t$  は相対価格のばらつきであり、次のように定義される。

$$D_t \equiv \int_0^1 \left( \frac{P_t(i)}{P_t} \right)^{-\theta} di \quad (25)$$

また、物価指数の定義を用いて、相対価格のばらつきは以下の再帰的な式で表される。

$$D_t = \lambda \Pi_t^\theta D_{t-1} + (1 - \lambda) \left( \frac{B_t}{P_t} \right)^{-\theta} \quad (26)$$

財市場と労働市場の需給均衡は、以下の通り与えられる。

$$Y_t = (1 + s(V_t))C_t \quad (27)$$

$$H_t = \int_0^1 H_t(i) di \quad (28)$$

## 2.3 中央銀行

### 金融政策反応関数

中央銀行は、一定の反応関数に従って名目金利を設定する<sup>7</sup>。本稿では、金融政策反応関数について2つのケースを考える。第一のケースは、いわゆるテイラー・ルールであり、中央銀行はインフレ率  $\Pi_t$  の定常状態  $\Pi^*$  からの乖離と、需給ギャップ  $Y_t/Y_t^f$  に反応して名目金利  $R_{n,t}$  を設定する<sup>8</sup>。また、金利スムージングを考慮する。なお、 $Y_t^f$  は伸縮価格・賃金下のキャッシュレス経済における産出量を表す。 $Y_t^f$  の導出は補論 A を参照されたい。さらに、ゼロ金利制約を考慮する。その結果、金融政策反応関数は以下で与えられる。

$$R_{n,t}^d = (R_{n,t-1}^d)^{\rho_r} \left\{ R^* \Pi^* \left( \frac{\Pi_t}{\Pi^*} \right)^{\phi_\pi} \left( \frac{Y_t}{Y_t^f} \right)^{\phi_y} \right\}^{1-\rho_r} \quad (29)$$

$$R_{n,t} = \max \{ R_{n,t}^d, 1 \} \quad (30)$$

ここで、 $\phi_\pi$  と  $\phi_y$  はインフレ率と需給ギャップに対する長期反応係数である。 $\rho_r \in (0, 1)$  は金利スムージングの度合いである。 $R^* \equiv g/\beta$  は、自然利子率の定常値である。ここで、定常状態インフレ率  $\Pi^*$  が高いほど、景気後退局面における名目金利の引き下げ余地

<sup>7</sup>このほかに考えられる分析対象としては、ラムゼイ問題の解、すなわち、最適コミットメント政策が挙げられる。もっとも、本稿では、以下の理由により、最適コミットメント政策ではなくシンプルな金融政策反応関数を分析する。この点、SGU (2007) はシンプルな反応関数は対外的に説明しやすいという利点があることを指摘している。実際、金融政策を分析した多くの先行研究において、現実の中央銀行の政策金利設定行動が単純なルールで近似できることが示されている（例えば、Taylor (1993)、Coibion and Gorodnichenko (2011)）。また、技術的な観点からは、Khan et al. (2003) が議論しているように、最適コミットメント政策のもとでは、政策当局は民間主体の期待を考慮に入れて将来までの政策経路を決定するため、モデルに追加的な状態変数が必要となる。状態変数を追加することの計算負荷は大きく、本稿で用いた数値計算の手法では、定量分析を行うことはほぼ不可能である。

<sup>8</sup>ここで、定常状態インフレ率  $\Pi^*$  は、確定的な定常状態（deterministic steady state）におけるインフレ率の水準である。このため、定常状態インフレ率は、経済に影響を及ぼすショックの効果が剥落するもとの長期的に実現するインフレ率と考えることができる。この点、モデル設定に本稿のような非線形性が含まれる場合には、確定的な定常状態と確率的な状況で実現した値の平均は必ずしも一致しない。両者の違いについては、例えば、Kiley and Roberts (2017) を参照。

である、いわゆる金融政策対応の「のりしろ」が大きくなる。また、この「のりしろ」の大きさは、自然利子率の定常値  $R^*$  の水準によっても変わることに留意が必要である。

テイラー・ルールは金融政策分析の先行研究で広く用いられているが、先進国の主要中央銀行は、とくに世界金融危機以降、ゼロ金利制約の問題に対処するために非伝統的金融政策を講じてきた。ここでは、こうした非伝統的金融政策の一例として、時間軸効果（フォワード・ガイダンス）について分析する。具体的には、第二のケースとして、Reifschneider and Williams (2000) が提唱した、次のような歴史依存的な金融政策反応関数（以下、RWルール）を考える。

$$R_{n,t}^b = R^* \Pi^* \left( \frac{\Pi_t}{\Pi^*} \right)^{\phi_\pi} \left( \frac{Y_t}{Y_t^f} \right)^{\phi_y} \quad (31)$$

$$R_{n,t} = \max \left\{ \frac{R_{n,t}^b}{\Gamma_t}, 1 \right\} \quad (32)$$

$$\Gamma_t = \Gamma_{t-1} \left( \frac{R_{n,t-1}}{R_{n,t-1}^b} \right) \quad (33)$$

RWルールのもとでは、中央銀行はインフレ率と需給ギャップに反応するベンチマーク金利  $R_{n,t}^b$  と実際の名目金利  $R_{n,t}$  の差異を考慮する。こうした差異は  $\Gamma_t$  の項に累積され、差異が残っている（すなわち、 $\Gamma_t > 1$  である）限り、ベンチマーク金利より低めの金利を維持する。言い換えると、経済が一旦ゼロ金利制約に直面すると、中央銀行は将来経済状態が改善しても低金利政策を続けることを約束する。

### 貨幣供給

貨幣は、家計の貨幣需要を満たすように受動的に供給される。政府は、以下の統合政府の予算制約式を満たすように家計に対して移転を行う。

$$M_t - M_{t-1} = T_t \quad (34)$$

## 2.4 外生過程

本稿の分析では、3種類の外生ショック、すなわち、生産性  $Z_t$ 、労働の不効用  $\chi_t$ 、リスクプレミアム  $Q_t$  を考慮する。とりわけ、リスクプレミアムの変動が、経済をゼロ金利制約に直面させる主な要因である。同様の定式化は、CGW (2012) などの先行研究でも

ゼロ金利をもたらすショックとして用いられている<sup>9</sup>。以下では、分かり易さの観点から、外生的なリスクプレミアムの変動を「ゼロ金利ショック」と呼ぶ。

本稿では、CCGW (2016) に従い、レジーム・スイッチング・ショックを考慮する。この点、CCGW (2016) は、標準的な AR(1) 過程に従うショックではゼロ金利期間が短期間しか継続しない一方、レジーム・スイッチング・ショックは現実には観察される長期間のゼロ金利制約を再現するために重要であると論じている。これを踏まえ、本稿の分析では、次のように、リスクプレミアムがレジーム・スイッチング成分  $Q_t^{rs}$  と AR(1) 成分  $Q_t^{ar}$  から成ると想定する。

$$\ln(Q_t) = \ln(Q_t^{rs}) + \ln(Q_t^{ar}) \quad (35)$$

ただし、レジーム・スイッチング成分  $Q_t^{rs}$  は 2 状態のマルコフ連鎖に従う。

$$\ln(Q_t^{rs}) = \begin{cases} -\frac{p_{21}}{p_{12}+p_{21}}\Delta \\ \frac{p_{12}}{p_{12}+p_{21}}\Delta \end{cases} \quad (36)$$

なお、 $p_{ij} \in (0, 1)$  は、 $i, j = 1, 2$  について、レジーム  $i$  からレジーム  $j$  への推移確率であり、 $\sum_{j=1}^2 p_{ij} = 1$  を満たす。また、 $\Delta > 0$  はレジーム・スイッチング・ショックの大きさである。各レジームにおける値は、 $E[\ln(Q_t^{rs})] = 0$  を満たすよう調整されている点に注意されたい。ここで、レジーム 2 が、リスクプレミアムの上昇に伴い家計が今期の消費意欲を失うという景気後退レジームに対応している。

生産性  $Z_t$ 、労働の不効用  $\chi_t$ 、リスクプレミアムの AR(1) 成分  $Q_t^{ar}$  の動学は、以下の式で与えられる。

$$\ln(Z_t) = \rho_z \ln(Z_{t-1}) + \epsilon_t^z, \quad \epsilon_t^z \sim i.i.d.N(0, \sigma_z^2) \quad (37)$$

$$\ln(\chi_t) = \rho_\chi \ln(\chi_{t-1}) + \epsilon_t^\chi, \quad \epsilon_t^\chi \sim i.i.d.N(0, \sigma_\chi^2) \quad (38)$$

$$\ln(Q_t^{ar}) = \rho_q \ln(Q_{t-1}^{ar}) + \epsilon_t^q, \quad \epsilon_t^q \sim i.i.d.N(0, \sigma_q^2) \quad (39)$$

ただし、 $\rho_z, \rho_\chi, \rho_q \in (0, 1)$  は各外生過程の自己回帰係数、 $\epsilon_t^z, \epsilon_t^\chi, \epsilon_t^q$  は *i.i.d.* の外生ショックであり、それぞれ、平均ゼロ、分散  $\sigma_z^2, \sigma_\chi^2, \sigma_q^2$  の正規分布に従う。

<sup>9</sup> リスクプレミアムの上昇は、中央銀行が設定する名目金利に比べて家計が保有する債券の収益率を上昇させることを通じて、今期の消費を減退させる効果を持つ。CGW (2012) は、こうしたリスクプレミアムの変動は、金融市場の不完全性を取り入れたモデルにおける企業等の純資産に対するショックと類似した効果を持つと論じている。また、リスクプレミアムが消費のオイラー方程式に現れることを踏まえると、同変動は経済の総需要に対する外生的なショックを捉えていると考えることができる。

## 2.5 均衡

均衡は、任意の  $t$  時点において、外生変数  $\{A_t, Z_t, \chi_t, Q_t\}_{t=0}^{\infty}$  を所与として、以下の条件が満たされる価格の集合  $\{P_t, W_t, R_{n,t}\}_{t=0}^{\infty}$  と資源配分  $\{Y_t, H_t, C_t, D_t, S_t, M_t, T_t, Y_t^f\}_{t=0}^{\infty}$  である。

- (i) 家計は効用を最大化する、
- (ii) 各企業は収益を最大化する、
- (iii) 中央銀行は金融政策反応関数に従い政策金利を設定する、
- (iv) 統合政府の予算制約式が満たされる、
- (v) 各市場の需要と供給が均衡する。

## 2.6 社会厚生

本稿では社会厚生を、代表的家計の無条件期待効用として定義する。

$$E \left[ \ln(C_t) - \frac{1}{1 + \frac{1}{\eta}} \chi_t H_t^{1 + \frac{1}{\eta}} \right] \quad (40)$$

以下では、伸縮価格・賃金下のキャッシュレス経済をベンチマークとして考え、厚生損失をベンチマーク経済からの社会厚生の乖離として計測する。厳密には、価格の硬直性などの歪みのある経済の社会厚生をベンチマーク経済と一致させるために必要な消費の変化を、消費単位で測った厚生損失（consumption-equivalent welfare losses） $CE$  として定義する。すなわち、

$$E \left[ \ln(C_t) - \frac{1}{1 + \frac{1}{\eta}} \chi_t H_t^{1 + \frac{1}{\eta}} \right] = E \left[ \ln \left( (1 + CE) C_t^f \right) - \frac{1}{1 + \frac{1}{\eta}} \chi_t (H_t^f)^{1 + \frac{1}{\eta}} \right] \quad (41)$$

である。ここで、 $C_t^f$ 、 $H_t^f$  は、それぞれ伸縮価格・賃金下のキャッシュレス経済における消費と労働投入を表す。(41) 式は次のように書き換えることができる。

$$CE = \exp \left\{ E \left[ \ln(C_t) - \frac{1}{1 + \frac{1}{\eta}} \chi_t H_t^{1 + \frac{1}{\eta}} \right] - E \left[ \ln \left( C_t^f \right) - \frac{1}{1 + \frac{1}{\eta}} \chi_t (H_t^f)^{1 + \frac{1}{\eta}} \right] \right\} - 1 \quad (42)$$

## 3 定量分析

### 3.1 数値計算手法

定量分析における重要な論点の一つは、モデルの非線形性の扱いである。この点、名目賃金の下方硬直性やゼロ金利制約があることで、均衡の条件式に屈折が生じる。このため、様々な種類のニューケインジアン・モデルを解くために用いられる摂動法 ( perturbation method ) は、本稿のモデルには適用することができない。この問題に対処するために、本稿では、Coleman (1990) により提唱された方策関数反復法 ( policy function iteration method ) を用いて、数値的にモデルの均衡を求める。この手法では、モデルの非線形性を明示的に考慮することができる。さらに、この手法はレジーム・スイッチングを含む設定にも適用可能である。計算手法の詳細は、補論 B を参照されたい。モデルの均衡を求めた後、確率的シミュレーションにより厚生損失を評価する。この段階では、(42) 式における無条件期待値のオペレータを、シミュレートされた系列の平均値を取ることで近似する。

### 3.2 カリブレーション

カリブレートされたパラメータの値は、表 1 に示している。

#### 日本と米国の違い

本稿では、パラメータをカリブレートする際、日本と米国の経済構造やゼロ金利の経験の違いを考慮する。とくに、以下の点に焦点を当てる。

#### 1. 名目賃金の下方硬直性の度合い

名目賃金の下方硬直性の度合い  $\gamma$  は、SGU (2016) の方法でカリブレートする。彼らは大きな景気後退時における賃金変化率を、賃金調整の下限とみなしている。この方法を日米両国に適用すると、名目賃金の下方硬直性の度合いは米国に比べて日



本の方が弱いとの結果が得られた<sup>10,11</sup>。この点、Daly and Hobijn (2014) や Fallick et al. (2016) といった米国についての先行研究は、世界金融危機以降の大幅な経済の落ち込みの中でも、各労働者の名目賃金は下方に硬直的であったことを報告している。一方、黒田・山本 (2005) は、日本の 1990 年代後半以降の長引く景気後退局面において、フルタイム労働者の年間給与について下方硬直性が観察されなくなると報告している。

## 2. 自然利子率の定常値

Laubach と Williams の方法 ( Laubach and Williams (2003) ) により自然利子率を推計し、推計値の 1980 年代後半以降の平均値をモデルにおける自然利子率の定常値  $R^*$  として用いる<sup>12,13</sup>。カリブレートされた  $R^*$  は、米国に比べて日本の方が低くなっている。

## 3. ゼロ金利ショックの頻度、継続期間、大きさ

同じ外生ショックを所与とすると、自然利子率の水準が低いほど、経済はより頻繁にゼロ金利制約に直面する。本稿では、ゼロ金利期間の頻度、継続期間、ゼロ金利期間中の経済の落ち込みに関して、自然利子率の水準の違いを考慮してもなお残存するモデルとデータの差異は、外生的なゼロ金利ショックによってもたらされていると想定する。具体的には、ゼロ金利ショックのレジーム・スイッチング成分が従うマルコフ連鎖の推移確率  $p_{12}$  と  $p_{21}$  は、データで観察されるゼロ金利期間の頻度と継続期間に合わせてカリブレートする<sup>14</sup>。カリブレートされたパラメータの値は、日

<sup>10</sup>日本について  $\gamma$  をカリブレートする際には、2000Q4 からの 3 年間で 2008Q1 からの 3 年間の賃金変化率の平均値を用いた。ここで、2000Q4 と 2008Q1 はいずれも、内閣府の景気基準日付の山である。これら 2 つの期間の平均的な賃金変化率は前期比年率  $-0.89\%$  であり、対応するパラメータは  $\gamma = 0.9978$  となる。米国では、世界金融危機以降の賃金変化率を用いた。2008Q1 からの 3 年間の賃金変化率を用いると、前期比年率  $+1.79\%$  であった。ここから示唆されるパラメータは  $\gamma = 1.0045$  である。なお、 $\gamma$  が 1 を上回る可能性は脚注 6 で記述しているが、実際、SGU (2016) は、世界金融危機後の欧州周縁国等について分析したところ、多くの国で  $\gamma$  が 1 を上回ると報告している。

<sup>11</sup>詳細は表 2 で述べられるが、ここでの賃金の尺度は時間当たり雇用者報酬であることに注意されたい。このため、ここでカリブレートされた名目賃金の下方硬直性の度合いは、賞与など基本給以外の給与項目を用いた賃金調整も考慮されている。もっとも、日本ではフルタイム労働者の基本給については名目賃金の下方硬直性の存在が指摘されるなど、給与項目ごとの硬直性の度合いの違いを考慮した詳細な分析は今後の課題である。

<sup>12</sup>本稿では、非線形モデルを推計することの計算上の負荷の大きさからカリブレーションの手法を採っている。もっとも、考えられる拡張としては Iiboshi et al. (2018) で提案されたような非線形 DSGE モデルの推計手法を用いることで、本稿のモデルと整合的な自然利子率の定常値の推計値を得ることが挙げられる。

<sup>13</sup>サンプル期間は、日本では 1985Q1-2017Q4、米国では 1987Q4-2017Q4 である。

<sup>14</sup>ゼロ金利期間は、上述のサンプル期間において、名目金利が年率 0.25% 以下の期間として定義する。

本の長期間に亘るゼロ金利の経験を反映して、日本経済の方が米国経済に比べ、ゼロ金利ショックがより頻繁に生じ ( $p_{12}$  が高い)、景気後退レジームに長く留まる ( $p_{21}$  が低い) ことを示唆している。レジーム・スイッチング・ショックの大きさ  $\Delta$  は、データにおけるゼロ金利期間中の需給ギャップの落ち込みに合わせてカリブレートする<sup>15,16</sup>。

これらの日本と米国の経済構造やゼロ金利の経験の違いがもたらす含意としては、次の2点が挙げられる。まず、名目賃金の下方硬直性の度合いが弱いことは、他の条件を一定とすると、日本では、米国に比べて低い定常状態インフレ率が社会厚生 of 改善に寄与する。一方、自然利子率の定常値が低いこととゼロ金利ショックが頻繁に発生し、かつ長期間継続することは、日本ではより高い定常状態インフレ率が社会厚生を押し上げる方向に影響すると考えられる。

### その他のパラメータの値

効用関数に関して、主観的割引因子  $\beta$  は 0.9975 に設定した<sup>17</sup>。労働供給のフレッシュ弾力性  $\eta$  は、日本では Kuroda and Yamamoto (2008) の実証結果をもとに 0.82、米国では CGW (2012) に従い 1.00 に設定した<sup>18</sup>。取引費用のパラメータは SGU (2004) に従い、 $\delta_1 = 0.01110$ 、 $\delta_2 = 0.07524$  とした。財の代替の弾力性  $\theta$  は CGW (2012) に従い、7.00 に設定した。価格の硬直性の度合い  $\lambda$  は 0.65 に設定した。この値は、Nakamura and Steinsson (2008) によって報告された価格改定頻度に基づいている。金融政策反応関数については、インフレ率への長期反応係数  $\phi_\pi$  は 2.50、需給ギャップへの長期反応係数  $\phi_y$  は 0.25、金利スムージングのパラメータ  $\rho_r$  は 0.90 に設定した。これらの値は、日本では須藤・田中 (2018)、米国では Coibion and Gorodnichenko (2011) の推計結果と概ね整

---

データ系列の詳細については、表 2 の注釈で記述されている。この基準に従うと、日本では 1998Q4-2006Q3 と 2009Q1-2017Q4、米国では 2009Q1-2015Q4 がゼロ金利期間に分類される。

<sup>15</sup>具体的には、モデルのレジーム 2 における需給ギャップの落ち込みを、データにおいてゼロ金利期間が始まってから 2 年間の需給ギャップの落ち込みに対応させた。ここで、対象とするデータ期間の長さは、ゼロ金利期間の開始前後における景気後退局面の長さに概ね対応している。データ系列については、日本では日本銀行調査統計局が推計する需給ギャップを用いた。米国では、「国民所得生産勘定」における GDP と議会予算局が推計する潜在 GDP との差により需給ギャップを算出した。

<sup>16</sup>カリブレートされた値は、米国の方が大きくなっている。これは、日本の方が自然利子率の定常値が低いため、相対的に小さなショックによってゼロ金利制約とそれに伴う景気後退が生じることが一因である。なお、こうしたゼロ金利ショックの定式化に関する不確実性の影響は 5 節において分析を行っている。

<sup>17</sup>トレンド成長率  $g$  は  $R^* = g/\beta$  を満たすように決定される。

<sup>18</sup>Kuroda and Yamamoto (2008) は、日本のマイクロデータを用いて労働供給のフレッシュ弾力性を推計し、別々のデータセットにおいて推計値は 0.67 から 0.97 の幅があることを見出した。ここでは、これら 2 つの値の算術平均を用いた。

合的である。外生過程のパラメータに関して、自己回帰係数は、生産性  $\rho_z$ 、労働の不効用  $\rho_x$ 、リスクプレミアムの AR(1) 成分  $\rho_q$  について、それぞれ、0.90、0.70、0.85 に設定した。外生ショックの標準偏差は、生産性  $\sigma_z$  と労働の不効用  $\sigma_x$  については、それぞれ、0.0015 と 0.0030 に設定した。また、リスクプレミアムの AR(1) 成分に対する外生ショックの標準偏差  $\sigma_q$  は両国の産出量の変動の大きさに合わせて、日本では 0.0025、米国では 0.0020 に設定した。

### モデルの当てはまり

表 2 では、日米両国について、カリブレートされたモデルを基にシミュレートされた系列と現実のデータのモーメントを報告している。本稿のモデルは、Smets and Wouters (2007) などの中規模動学的確率的一般均衡 (Dynamic Stochastic General Equilibrium、以下、DSGE) モデルで考慮されている数多くの要素を捨象しているため、データにおける景気循環のモーメント全てを表現できるわけではないが、両国の景気循環の主だった特徴を捉えている。例を挙げれば、(1) インフレ率と賃金インフレ率の標準偏差は産出量の標準偏差に比べて小さい、(2) インフレ率はある程度粘着的である、(3) 各変数は正に相関している、といった点である。一方で、モデルにおける産出量やインフレ率の粘着性はデータに比べて低くなっている。この点、6 節においてモデルの粘着性を増加させるために消費の習慣形成を導入し、定量的な分析結果に関して、頑健性の確認を行っている。

## 4 分析結果

### 4.1 テイラー・ルールを前提とした場合

図 2 は、テイラー・ルール (29) 式と (30) 式を前提とした場合の各定常状態インフレ率  $\Pi^*$  における厚生損失を示している。これらの数値は、日米両国にカリブレートされたモデルにおける確率的シミュレーションにより算出されたものである。図中の各線は、2 節で記述したインフレのコストとベネフィットに影響を与える 4 つの代表的な要因のうち、一部または全てを含む定式化に対応している。具体的には、まず、価格の硬直性のみがある場合の厚生損失を計算している。そして、貨幣保有、名目賃金の下方硬直性、ゼロ金利制約を順次追加し、これらの要因が社会厚生を最大化する定常状態インフレ率に与える影響を分析している。

同図ではいくつか注目すべき点がある。第一に、厚生損失の源泉として価格の硬直性の

みを含む定式化(ひし形マーカー付き黒線)では、ゼロ%の定常状態インフレ率により社会厚生が最大化される。これは、インフレとデフレのどちらも相対価格のばらつきを通じて社会厚生を低下させるという理論的な含意と整合的である。第二に、貨幣保有を追加した定式化(四角マーカー付き青線)では、定常状態インフレ率の低下に伴い名目金利が低下することによって貨幣保有の機会費用が減少するため、マイナスの定常状態インフレ率により社会厚生が最大化される。第三に、名目賃金の下方硬直性(三角マーカー付き緑線)とゼロ金利制約(丸マーカー付き赤線)を追加すると、プラスのインフレ率がこれらの制約に経済が服する可能性を低めることとなるため、プラスの定常状態インフレ率により社会厚生が最大化される。第四に、日本と米国を比べると、価格の硬直性と貨幣保有に関する結果は両国でかなり類似している。一方、インフレのベネフィットに関しては、日本においてはゼロ金利制約がプラスの定常状態インフレ率を正当化する主因である一方、米国では名目賃金の下方硬直性が重要な役割を果たしている。これらの結果は本稿のカリブレーションと整合的である。インフレのコストとベネフィットに影響を与える4つの代表的な要因を全て含めた定式化では、社会厚生を最大化する定常状態インフレ率は、日本では1.9%(年率、以下同)となり、米国の2.3%に比べて若干低い。

## 4.2 RWルールを前提とした場合

図3では、RWルール(31)–(33)式を前提とした場合(丸マーカー付き赤線)の各定常状態インフレ率 $\Pi^*$ における厚生損失を示している。ここでは、分かり易さの観点から、インフレのコストとベネフィットに影響を与える4つの代表的な要因を全て含めた定式化における厚生損失を示している。

RWルールのもとでは、中央銀行がテイラー・ルールに従う場合(四角マーカー付き青線)に比べて、厚生損失が小さくなる。これは、RWルールが、経済がゼロ金利制約に直面した際、将来に亘って低金利政策を行うことを約束することで、ゼロ金利制約の影響を緩和するためである。RWルールのもとではゼロ金利制約に備えた名目金利の「のりしろ」を確保することのベネフィットが弱まるため、社会厚生を最大化する定常状態インフレ率は若干低下し、日本では1.6%、米国では1.8%となる<sup>19</sup>。とはいえ、RWルールを

<sup>19</sup>RWルールを前提とした場合の厚生損失は、定常状態インフレ率によっては、テイラー・ルールのもとでゼロ金利制約を含まない定式化(図2における三角マーカー付き緑線)の厚生損失よりも、小さくなることがある。この点、RWルールの(31)式におけるベンチマーク金利は、金利スムージングを含まないことに注意を要する。これは、主に金利スムージングと時間軸効果を同時に考慮することの計算負荷によるも

仮定した場合でも、同インフレ率は2%という各国中銀が政策実践の中から導き出した水準 (conventional wisdom) から大きく乖離するものではない。

### 4.3 社会厚生を最大化する定常状態インフレ率からの乖離による厚生損失の変化

図3では、定常状態インフレ率が前節で示した推計値から乖離した場合の厚生損失の変化を示している。図中のバンドは、社会厚生 of 最大値からの低下幅が、それぞれ、消費単位でみて0.05%ポイントと0.10%ポイント以下に収まる定常状態インフレ率の幅を示している。ちなみに、消費の0.05%は、日米ともに、生産年齢人口一人当たりでみて年間2~3千円程度である<sup>20</sup>。

この図からは、定常状態インフレ率が2%近傍から上下1%ポイント程度乖離したとしても、社会厚生 of 低下幅は限定的であることがみて取れる<sup>21</sup>。具体的には、日本では、テイラー・ルールを前提とした場合、「0.05%ポイントバンド」の中に1.2~2.8%の定常状態インフレ率が含まれる。さらに、日本では、RWルールを前提とすると、定常状態インフレ率が低位にある場合にもゼロ金利制約から生じる問題を緩和するため、社会厚生上許容されうる定常状態インフレ率の下限が、はっきり切り下がる。より正確には、RWルールのもとでは、「0.05%ポイントバンド」に収まる定常状態インフレ率の幅が0.6~2.8%に広がる。米国の場合に目を転じると、「0.05%ポイントバンド」には、テイラー・ルールを前提とした場合には1.0~3.4%、RWルールを前提とした場合には0.7~3.0%の定常状態インフレ率が含まれる。

---

のである。この定式化では、金利スミージング付きの反応関数に比べて、名目金利が経済変動に対して機動的に反応することを示唆している。結果として、本稿におけるRWルールは非常に強い安定化効果を持っている。

<sup>20</sup>これらの数値は生産年齢人口一人当たり消費額、すなわち、GDP統計における消費支出を15~64歳の人口で割った金額、に基づいている。2017年時点で、生産年齢人口一人当たり消費額の0.05%は、日本では2,001円、米国では32.4ドルに相当する。

<sup>21</sup>定常状態インフレ率がこうした範囲内にある場合の社会厚生の変化幅は、Lucas (2000) で計測された景気循環の厚生費用と同程度である。これは、定常状態インフレ率の水準が長期的な成長率に影響を与えないという貨幣経済学の標準的なモデルの帰結と整合的である。

## 5 パラメータ不確実性

ベースラインのカリブレーションは、社会厚生を最大化する定常状態インフレ率に大きな影響を与えうるデータの鍵となるモーメントを反映しているが、パラメータの値に関する不確実性とそれが同インフレ率に及ぼす影響は、無視しえないと考えられる。とくに、データからはゼロ金利に関する経験が限られるため、自然利子率の水準やゼロ金利ショックの定式化といったゼロ金利制約に関連するパラメータ不確実性は、相応に高いと考えられる。本節では、こうしたパラメータ不確実性から生じる定常状態インフレ率の幅について分析する。

### 5.1 自然利子率を巡る不確実性

先行研究で認識されているように、自然利子率の計測には相応の不確実性を伴う<sup>22</sup>。自然利子率の水準は、インフレ率の水準とともに、名目金利のゼロ金利からの距離を決めるため、社会厚生を最大化する定常状態インフレ率を決定する一つの重要な要因である。ベースラインのカリブレーションでは、Laubach と Williams の方法による推計値の期間平均を自然利子率の定常値  $R^*$  として用いているが、ここでは、 $R^*$  が1標準偏差分上振れ・下振れするという代替的な定式化を考える。具体的には、日本について推計された自然利子率の平均値は0.95%、標準偏差は1.45であることに基づき、自然利子率の定常値が-0.50%と2.40%である場合を考える。米国では、ベースラインの推計値は1.84%である一方、代替的な場合に対応する値は0.75%と2.93%である<sup>23</sup>。

図4の上段は、自然利子率の定常値について楽観的・悲観的な水準を想定した場合の厚生損失を示している。ここでは、中央銀行はRWルールに従うと仮定している。図をみると、自然利子率の定常値  $R^*$  が高く（低く）なるほど、低い（高い）定常状態インフレ率によって社会厚生が最大化される。原理上、同じ大きさの名目金利の「のりしろ」を確保するためには、自然利子率が低いほど高い定常状態インフレ率が必要となる。ただし、この関係は必ずしも一対一ではない。すなわち、 $R^*$  の変化に対応して、社会厚生上の観点から生じる定常状態インフレ率の変化は小さく、これは Andrade et al. (2018) の分析結果と整合的である。例えば、日本における自然利子率の推計値の標準偏差は1.45であるが、社会厚生上の観点から生じる定常状態インフレ率の変化幅は±0.8%ポイント程度

<sup>22</sup>例えば、Beyer and Wieland (2019) を参照。

<sup>23</sup>米国では、推計された自然利子率の平均値は1.84%、標準偏差は1.09である。

である。これは、高い定常状態インフレ率が、名目金利の「のりしろ」を広げる便益をもたらすだけでなく、価格の硬直性や貨幣保有を通じて厚生損失を生じさせるためである。

自然利子率を巡る不確実性があるもとでは、日米双方にとって、社会厚生を最大化する定常状態インフレ率には相応の幅をもってみるべきであることが示唆される。日本について示唆される幅は1.0~2.6%であり、これは米国の1.4~2.2%に比べるとやや広い<sup>24</sup>。日米の差は、日本の方が米国と比べて、Laubach と Williams の方法による自然利子率の推計値の標準偏差が大きいことによるものである。また、本稿のカリブレーションでは日本経済のほうがより頻繁にゼロ金利制約に直面するため、 $R^*$  の変化による限界的な影響が相対的に大きくなっている。

## 5.2 ゼロ金利ショックを巡る不確実性

ゼロ金利ショックの定式化は、社会厚生とインフレ率の關係に影響を与えうるパラメータ不確実性のもう一つの源泉である。この不確実性を評価するために、ここでは日米各国のゼロ金利制約の経験に基づき、ゼロ金利ショックの定式化について楽観的・悲観的な想定を考える<sup>25</sup>。具体的には、楽観的な想定では、レジーム・スイッチング・ショックが発生しない、すなわち、 $p_{12} = 0$  と仮定する。この定式化は、ゼロ金利ショックがAR(1)過程に従う場合に対応しており、Fuchi et al. (2008) を含む先行研究で広く用いられている。他方、悲観的な想定では、データのゼロ金利期間中における需給ギャップの最大の落ち込みを再現するよう、レジーム・スイッチング・ショックの大きさをカリブレートする。日本のデータでは、ベースラインのカリブレーションは0.0070に対して、悲観的な想定では $\Delta = 0.0085$ となる。米国では、ベースラインのカリブレーションの0.0135に対して、悲観的な想定では $\Delta = 0.0143$ となる。

<sup>24</sup>これらの幅は、テイラー・ルールを仮定した場合にはやや広がることが分かった。これは、RWルールがゼロ金利制約の影響を緩和し、ゼロ金利制約に関連するパラメータ不確実性から生じる社会厚生の変化を抑えるためである。同様の傾向はゼロ金利ショックの定式化を巡る不確実性についてもみられる。

<sup>25</sup>本稿の分析を通して、ゼロ金利制約は、モデルの内生的なメカニズムではなく、主にリスクプレミアムに対する大きな外生ショックであるゼロ金利ショックによってもたらされると想定している。これは、ゼロ金利制約の頻度、継続期間、ゼロ金利期間中の経済の落ち込みの程度といった観察されるゼロ金利制約の特徴を捉えるための簡便な方法である。もっとも、これに対する一つの懸念は、ゼロ金利ショックが、ゼロ金利制約以外の要因が社会厚生に与える影響を変えてしまうのではないかという点である。この懸念に対処するため、ゼロ金利制約を除いた定式化を用いて、ゼロ金利ショックの大きさの違いが、ゼロ金利制約以外のチャネルを通じてインフレのコストとベネフィットに与える影響についても分析を行った。その結果、ゼロ金利ショックが大きくなるほどゼロ金利制約以外の各チャネルから生じる厚生損失が拡大するものの、それらが互いに打ち消し合うため、結果として生じる社会厚生を最大化する定常状態インフレ率はほぼ不変となることを確認している。

ゼロ金利ショックの定式化について楽観的・悲観的な想定を置いた場合の厚生損失は、図4の下段に示されている。自然利子率を巡る不確実性の場合に比べると若干幅が小さくなるものの、ゼロ金利ショックの定式化を巡る不確実性のもとでは、社会厚生を最大化する定常状態インフレ率について、日本では1.1~1.9%、米国では1.3~1.9%の幅が示唆される。

## 6 頑健性の確認

本節では、代替的な設定のもとで、本稿の定量的な結果について頑健性の確認を行う。第一に、消費やその他の変数に追加的な粘着性を取り入れるよう、消費の習慣形成を組み込む形でモデルを拡張する。この分析は本質的に、モデルが持つ慣性の程度に対する、これまでの結果の感応度を示すものである。こうした定式化は、CGW (2012) などの先行研究でも用いられている。第二に、名目金利の実効下限を若干のマイナスの領域に引き下げることの効果进行分析。これは、近年、いくつかの中央銀行がマイナス金利政策を実施しているという事実を踏まえたものである。

### 6.1 消費の習慣形成

モデルに粘着性を加えた場合の頑健性を分析するために、消費の習慣形成を組み込む<sup>26</sup>。具体的には、以下の選好を考える。

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \left\{ \ln(C_{t+s} - hgC_{t+s-1}) - \frac{1}{1 + \frac{1}{\eta}} \chi_{t+s} H_{t+s}^{1+\frac{1}{\eta}} \right\} \quad (43)$$

ここで、CGW (2012) に従い、家計は自身の過去の消費  $C_{t-1}$  から生産性の確定的な成長率  $g$  を考慮した水準を基準として習慣を形成すると仮定している。 $h$  は消費の習慣形成の度合いである。これにより、消費のオイラー方程式に現れるラグランジェ乗数は以下の

<sup>26</sup>中規模 DSGE モデルは概して、消費の習慣形成や価格のインデクセーションといった、データで観察されるマクロ変数の粘着的な動学を捉えるための様々な要素を含んでいる。一方、本稿のモデルでは、主に非線形モデルを解くことの計算負荷のため、比較的簡略化された設定を保持している。もっとも、本稿の消費の習慣形成を含まないベースラインの定式化でも、モデルには慣性を生じさせるいくつかの要素が備わっている。この点、価格のばらつきは、非線形の解においては自己回帰過程に従う。また、名目賃金の下方硬直性により、実質賃金は前期の水準に依存しており、それが限界費用やさらにはインフレ率の粘着性につながる。



ように修正される。

$$\Xi_t = \left( \frac{1}{C_t - hgC_{t-1}} - E_t \left[ \frac{\beta hg}{C_{t+1} - hgC_t} \right] \right) \frac{1}{1 + s(V_t) + V_t s'(V_t)} \quad (44)$$

これ以外の均衡条件は、ラグランジェ乗数を所与とするとベースラインのモデルから不変である。金融政策反応関数については、テイラー・ルールの場合を考える<sup>27</sup>。厚生分析では、ベースラインの分析と同様、(43)式の無条件期待値を評価する。パラメータの値については、消費の習慣形成の度合い  $h$  は CGW (2012) に従い 0.7 に設定し、そのほかのパラメータの値はベースラインのカリブレーションと同じとした。

図5は結果を示している。各定式化において社会厚生を最大化する定常状態インフレ率は、定性的にも定量的にもベースラインの結果に近い。同インフレ率がベースラインの定式化に比べてわずかに低下しているのは、消費の習慣形成による粘着性の高まりがインフレ率の変動を抑え、それにより名目賃金の下方硬直性やゼロ金利制約に直面する頻度が低下する結果、景気後退局面に備えてインフレ率がプラスであることのメリットが低下するためである。

## 6.2 名目金利の実効下限

近年、いくつかの中央銀行がマイナス金利政策を導入している。こうした事実を踏まえ、名目金利の実効下限を若干のマイナスの領域に引き下げることが社会厚生上の観点から定常状態インフレ率に与える影響を分析する。分析においては、テイラー・ルールを前提とした場合において、名目金利の実効下限を年率 0.1% ポイント引き下げを考える。モデルの表現では、次のようになる。

$$R_{n,t} = \max \{ R_{n,t}^d, \underline{R} \} \quad (45)$$

ここで、 $\underline{R}$  は年率  $-0.1\%$  と設定する。

<sup>27</sup>消費の習慣形成があると、伸縮価格・賃金下のキャッシュレス経済における産出量は当期の外生変数だけでなく自己ラグにも依存する。状態変数の次元を追加することの計算負荷を避けるため、以下の通り、金融政策反応関数が需給ギャップの代わりに産出量の定常均衡からの乖離に反応するように修正する。

$$R_{n,t}^d = (R_{n,t-1}^d)^{\rho_r} \left\{ R^* \Pi^* \left( \frac{\Pi_t}{\Pi^*} \right)^{\phi_\pi} \left( \frac{Y_t}{Y^*} \right)^{\phi_y} \right\}^{1-\rho_r}$$

ここで、 $Y^*$  は定常状態の産出量である。

表3は、異なる名目金利の下限のもとで、社会厚生を最大化する定常状態インフレ率を比較している<sup>28</sup>。この表から、実効下限が引き下げられた場合、ベースラインのゼロ金利制約の場合に比べて、同インフレ率が0.1%ポイント低下することが示される。これは単純に、下限の引き下げが、定常状態インフレ率の水準を所与とした時に、名目金利を引き下げるための「のりしろ」を広げるためである。ただし、本稿のモデルは、金融仲介を通じた波及経路など、マイナス金利政策の有効性に影響を与えうるその他の要素を考慮していない点には留意が必要である。

## 7 結語

本稿では、インフレのコストとベネフィットに影響を与える4つの代表的な要因、すなわち、価格の硬直性、貨幣保有の機会費用、名目賃金の下方硬直性、ゼロ金利制約を組み込んだニューケインジアン・モデルを用いて社会厚生最大化の観点から定常状態インフレ率を分析した。先行研究では、前述した4つの要因のうち個別または複数の要因を組み込んで分析したものが多いが、本稿は、4つの要因を全てモデルに組み込んだうえで、モデルの非線形性を考慮した計算手法を用いて、定常状態インフレ率をより精緻に分析したことが特徴である。

これまでの研究では、社会厚生を最大化するインフレ率として、ゼロ%近傍ないしはゼロ%以下とするものが多くみられている。これは、価格の硬直性、貨幣保有の機会費用のみを組み込んだ研究が多いためと考えられる。もっとも、これらに加え、名目賃金の下方硬直性とゼロ金利制約を考慮すると、定常状態におけるインフレ率がプラスであることによって社会厚生が最大化される可能性も考えられる。この点、1996年7月の連邦公開市場委員会において、当時FRB理事であったJanet Yellen氏は、これら4つの要因のうち名目賃金の下方硬直性とゼロ金利制約が、定常状態におけるプラスのインフレ率を支持する要因であると指摘している。本稿の分析では、日米ともに、社会厚生を最大化する定常状態インフレ率について、2%近傍という結果が得られた。同時に、定常状態インフレ率が2%近傍から上下1%ポイント程度乖離しても、社会厚生が低下する程度は限定的なものにとどまるとの結果も確認された。金融政策の時間軸効果（フォワード・ガイダン

---

<sup>28</sup>本稿の定式化では、消費・実質貨幣残高比率が飽和点を下回る範囲で取引費用が減少関数となるため、マイナス金利のもとでも貨幣需要が発散しないことが示唆される点に留意が必要である。これは、貨幣の物理的な貯蔵費用が存在する状況と解釈することができる。

ス)を勘案すると、社会厚生上許容されうる定常状態インフレ率の下限が切り下がることも分かった。ただし、ゼロ金利制約に関連するパラメータの不確実性などを踏まえると、計測された定常状態インフレ率に関する結果は相応に幅をもってみる必要がある。

本稿の分析では、インフレのコストとベネフィットに影響を与える代表的な要因を取り込んだほか、モデルの非線形性を考慮した計算手法を用いているが、それでもなお、社会厚生を最大化する定常状態インフレ率に影響を与える要因が他にも存在しうることには留意する必要がある。この点、本稿のモデルは開放経済や金融面の不均衡といった要因を捨象している。また、非伝統的金融政策について、時間軸効果（フォワード・ガイダンス）のみを勘案して資産買入れなどの効果を織り込めていない。定常状態におけるプラスのインフレ率の必要性は、非伝統的金融政策の有効性にも依存しており、資産買入れなどの政策手段が社会厚生を最大化する定常状態インフレ率に与える影響については、なお分析の余地が残されている。こうした点は、今後の研究課題である。

## 参考文献

- [1] Adam, K. and H. Weber (2019), “Optimal trend inflation,” *American Economic Review*, 109(2), pp. 702–737.
- [2] Andrade, P., J. Galí, H. Le Bihan, and J. Matheron (2018), “The optimal inflation target and the natural rate of interest,” NBER Working Paper, No. 24328.
- [3] Ascari, G. (2004), “Staggered prices and trend inflation: Some nuisances,” *Review of Economic Dynamics*, 7, pp. 642–667.
- [4] —, L. Phaneuf, and E. R. Sims (2018), “On the welfare and cyclical implications of moderate trend inflation,” *Journal of Monetary Economics*, 99, pp. 56–71.
- [5] Beyer, R. C. M. and V. Wieland (2019), “Instability, imprecision and inconsistent use of equilibrium real interest rate estimates,” *Journal of International Money and Finance*, 94, pp. 1–14.
- [6] Bilbiie, F. O., I. Fujiwara, and F. Ghironi (2014), “Optimal monetary policy with endogenous entry and product variety,” *Journal of Monetary Economics*, 64, pp. 1–20.
- [7] Blanchard, O., G. Dell’Ariccia, and P. Mauro (2010), “Rethinking macroeconomic policy,” IMF Staff Position Note, SPN/10/03.
- [8] Calvo, G. A. (1983), “Staggered prices in a utility-maximizing framework,” *Journal of Monetary Economics*, 12(3), pp. 383–398.
- [9] Carlsson, M. and A. Westermarck (2016), “Labor market frictions and optimal steady-state inflation,” *Journal of Monetary Economics*, 78, pp. 67–79.
- [10] Carreras, M. D., O. Coibion, Y. Gorodnichenko, and J. Wieland (2016), “Infrequent but long-lived zero lower bound episodes and the optimal rate of inflation,” *Annual Review of Economics*, 8, pp. 497–520.
- [11] Coibion, O. and Y. Gorodnichenko (2011), “Monetary policy, trend inflation, and the Great Moderation: An alternative interpretation,” *American Economic Review*, 101(1), pp. 341–370.

- [12] —, —, and J. Wieland (2012), “The optimal inflation rate in New Keynesian models: Should central banks raise their inflation targets in light of the zero lower bound?” *Review of Economic Studies*, 79(4), pp. 1371–1406.
- [13] Coleman, W. J. II (1990), “Solving the stochastic growth model by policy function iteration,” *Journal of Business and Economic Statistics*, 8(1), pp. 27–29.
- [14] Cooley, T. F. and G. D. Hansen (1989), “The inflation tax in a real business cycle model,” *American Economic Review*, 79(4), pp. 733–748.
- [15] Daly, M. C. and B. Hobijn (2014), “Downward nominal wage rigidities bend the Phillips curve,” *Journal of Money, Credit and Banking*, 46(S2), pp. 51–93.
- [16] Diercks, A. M. (2017), “The reader’s guide to optimal monetary policy,” mimeo.
- [17] Fallick, B. C., M. Lettau, and W. L. Wascher (2016), “Downward nominal wage rigidity in the United States during and after the Great Recession,” Finance and Economics Discussion Series, 2016-001, Board of Governors of the Federal Reserve System.
- [18] Fuchi, H., N. Oda, and H. Ugai (2008), “Optimal inflation for Japan’s economy,” *Journal of the Japanese and International Economies*, 22(4), pp. 439–475.
- [19] Friedman, M. (1969), *The optimum quantity of money, and other essays*, Chicago: Aldine Publishing Company.
- [20] Iiboshi, H., M. Shintani, and K. Ueda (2018), “Estimating a nonlinear New Keynesian model with the zero lower bound for Japan,” CAMA Working Paper, 37/2018.
- [21] Ikeda, D. (2015), “Optimal inflation rates with the trending relative price of investment,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, 56, pp. 20–33.
- [22] Katagiri, M. (2016), “Forward guidance as a monetary policy rule,” Bank of Japan Working Paper Series, No.16-E-6.
- [23] Khan, A., R. G. King, and A. L. Wolman (2003), “Optimal monetary policy,” *Review of Economic Studies*, 70(4), pp. 825–860.

- [24] Kiley, M. T. and J. M. Roberts (2017), "Monetary policy in a low interest rate world," *Brookings Papers on Economic Activity*, Spring 2017, pp. 317–396.
- [25] Kim, J. and F. J. Ruge-Murcia (2009), "How much inflation is necessary to grease the wheels?" *Journal of Monetary Economics*, 56(3), pp. 365–377.
- [26] King, R. and A. L. Wolman (1999), "What should the monetary authority do when prices are sticky?" in *Monetary policy rules*, J. B. Taylor, ed., University of Chicago Press, pp. 349–404.
- [27] Kuroda, S. and I. Yamamoto (2008), "Estimating Frisch labor supply elasticity in Japan," *Journal of the Japanese and International Economies*, 22(4), pp. 566–585.
- [28] Laubach, T. and J. C. Williams (2003), "Measuring the natural rate of interest," *Review of Economics and Statistics*, 85(4), pp. 1063–1070.
- [29] Lucas Jr., R. E. (2000), "Inflation and welfare," *Econometrica*, 68(2), pp. 247–274.
- [30] Nakamura, E. and J. Steinsson (2008), "Five facts about prices: A reevaluation of menu cost models," *Quarterly Journal of Economics*, 123(4), pp. 1415–1464.
- [31] Oda, T. (2016), "Optimal inflation rate in a life-cycle economy," IMES Discussion Paper Series, No.16-E-05.
- [32] Oikawa, K. and K. Ueda (2018), "The optimal inflation rate under Schumpeterian growth," *Journal of Monetary Economics*, 100, pp. 114–125.
- [33] Okun, A. M. (1971), "The mirage of steady inflation," *Brookings Papers on Economic Activity*, 1971(2), pp. 485–498.
- [34] Reifschneider, D. and J. C. Williams (2000), "Three lessons for monetary policy in a low-inflation era," *Journal of Money, Credit and Banking*, 32(4), pp. 936–966.
- [35] Richter, A. W., N. A. Throckmorton, and T. B. Walker (2014), "Accuracy, speed and robustness of policy function iteration," *Computational Economics*, 44(4), pp. 445–476.

- [36] Schmitt-Grohé, S. and M. Uribe (2004), “Optimal fiscal and monetary policy under imperfect competition,” *Journal of Macroeconomics*, 26(2), pp. 183–209.
- [37] — and — (2007), “Optimal simple and implementable monetary and fiscal rules,” *Journal of Monetary Economics*, 54(6), pp. 1702–1725.
- [38] — and — (2010), “The optimal rate of inflation,” *Handbook of Monetary Economics*, 3B, pp. 653–722.
- [39] — and — (2012), “On quality bias and inflation targets,” *Journal of Monetary Economics*, 59(4), pp. 393–400.
- [40] — and — (2016), “Downward nominal wage rigidity, currency pegs, and involuntary unemployment,” *Journal of Political Economy*, 124(5), pp. 1466–1514.
- [41] Smets, F. and R. Wouters (2007), “Shocks and frictions in US business cycles: A Bayesian DSGE approach,” *American Economic Review*, 97(3), pp. 586–606.
- [42] Summers, L. (1991), “Panel discussion: Price stability: How should long-term monetary policy be determined?” *Journal of Money, Credit and Banking*, 23(3), pp. 625–631.
- [43] Taylor, J. B. (1993), “Discretion versus policy rules in practice,” *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 39, pp. 195–214.
- [44] Tobin, J. (1972), “Inflation and unemployment,” *American Economic Review*, 62(1/2), pp. 1–18.
- [45] Transcript of Federal Open Market Committee Meeting, July 2–3, 1996, Board of Governors of the Federal Reserve System.
- [46] Wolman, A. L. (2011), “The optimal rate of inflation with trending relative prices,” *Journal of Money, Credit and Banking*, 43(2/3), pp. 355–384.
- [47] 黒田祥子・山本勲 (2005)、「名目賃金の下方硬直性を巡る論点と政策含意：わが国の1990年代の経験を中心に」、『金融研究』第24巻第4号、日本銀行金融研究所、101～132頁。

- [48] 須藤直・田中雅樹（2018）、「日本における市場分断・特定期間選好仮説のDSGEモデルによる検証-ストック効果とフロー効果の定量比較を中心に-」、日本銀行ワーキングペーパーシリーズ、No.18-J-9.



## 補論 A 伸縮価格・賃金下のキャッシュレス経済における資源配分

伸縮価格・賃金のもとでは、労働市場の均衡によって、労働投入の限界生産性と消費・労働供給間の限界代替率の関係が、次のように決定される。

$$\left(\frac{\theta}{\theta-1}\right)^{-1} A_t Z_t = \chi_t \frac{(H_t^f)^{1/\eta}}{\Xi_t^f} \quad (\text{A.1})$$

ここで、添え字  $f$  が付いた変数は、伸縮価格・賃金下のキャッシュレス経済における各内生変数を表す。(A.1) 式の右辺は限界代替率である一方、左辺の  $A_t Z_t$  は労働の限界生産性を表している。定常状態マークアップ  $\frac{\theta}{\theta-1}$  で表現されるように、企業の独占力から生じる歪みにより、資源配分はなお非効率的である点には留意が必要である。また、キャッシュレス経済を考える際、財の購入に係る取引費用は捨象する。財市場における需給と供給の均衡条件と合わせて、(A.1) 式より、以下の関係式が導かれる。

$$Y_t^f = A_t Z_t \left(\frac{\theta}{\theta-1} \chi_t\right)^{-\frac{1}{1+1/\eta}} \quad (\text{A.2})$$

$$C_t^f = A_t Z_t \left(\frac{\theta}{\theta-1} \chi_t\right)^{-\frac{1}{1+1/\eta}} \quad (\text{A.3})$$

$$H_t^f = \left(\frac{\theta}{\theta-1} \chi_t\right)^{-\frac{1}{1+1/\eta}} \quad (\text{A.4})$$

## 補論 B モデルの解法

本稿の非線形モデルを解くために、Coleman (1990) が提唱した方策関数反復法 (policy function iteration method) を用いる<sup>29</sup>。具体的には、本稿で用いる手法は、不動点反復法 (fixed point iteration method) と呼ばれるものである。Richter et al. (2014) は、この手法は代替的な計算手法に比べて計算速度の点で優れているとしている。

不動点反復法の基本的な考え方は、以下のように要約することができる。まず、モデルは次のように書き表すことができる。

$$0 = E_t [f(\mathbf{S}_t, \mathbf{X}_t, \mathbf{S}_{t+1}, \mathbf{X}_{t+1})]$$

ただし、 $\mathbf{X}_t$  はジャンプ変数の集合、 $\mathbf{S}_t$  は状態変数の集合である。変数間の同時点内・異時点間の関係は  $f(\cdot)$  で表現されている。 $E_t[\cdot]$  は、 $t$  期において利用可能な情報に

<sup>29</sup>類似した手法は、Katagiri (2016) や Iiboshi et al. (2018) において、ゼロ金利制約を含むニューケインジアン・モデルを解くために用いられている。

関する条件付き期待値のオペレータである。本稿のベースラインのモデルでは、 $\mathbf{X}_t = \{Y_t, H_t, C_t, S_t, M_t, T_t, Y_t^f, P_t\}$ 、 $\mathbf{S}_t = \{D_{t-1}, W_{t-1}, R_{n,t-1}, A_t, Z_t, \chi_t, Q_t\}$  である。ここで、合理的期待のもとでは、ジャンプ変数と将来の状態変数を今期の状態変数の関数として書き表すことができる。このため、上述のモデル式は、次のように書き換えることができる。

$$\begin{aligned} 0 &= E_t [f(\mathbf{S}_t, X(\mathbf{S}_t), S(\mathbf{S}_t), X(S(\mathbf{S}_t)))] \\ &= E_t [f(\Phi(\mathbf{S}_t))] \end{aligned}$$

ただし、 $X(\cdot)$  と  $S(\cdot)$  は、それぞれ、ジャンプ変数と状態変数に関する時間に依存しない方策関数であり、 $\Phi(\cdot)$  に纏められている。モデルの関係式  $f(\cdot)$  と方策関数  $\Phi(\cdot)$  は一般に非線形である。方策関数反復法では、 $\mathbf{S}_t$  の状態空間を点の集合として離散化し、モデルの関係式を満たす写像  $\Phi(\mathbf{S}_t)$  を数値的に求める。このため、この手法は元の関数  $f(\cdot)$  の非線形性に対し頑健である。

## アルゴリズム

計算アルゴリズムは、各反復  $n = 1, 2, 3, \dots$  について、以下の段階を経る。

1. 方策関数に関して、初期の類推  $\Phi^{(0)}(\mathbf{S}_t)$  を置く。
2. 前回の反復における類推  $\Phi^{(n-1)}(\mathbf{S}_t)$  をモデル式に代入し、更新後の方策関数  $\Phi^{(n)}(\mathbf{S}_t)$  を得る。更新に係るパラメータ  $\alpha \in (0, 1)$  は 0.2 に設定した<sup>30</sup>。この段階では、将来の変数は状態空間の点の間を線形補間することで近似し、期待値のオペレータは数値積分によって評価する。

$$\begin{aligned} \Phi^*(\mathbf{S}_t) &= E_t [f(\Phi^{(n-1)}(\mathbf{S}_t))] + \Phi^{(n-1)}(\mathbf{S}_t) \\ \Phi^{(n)}(\mathbf{S}_t) &= \alpha \Phi^*(\mathbf{S}_t) + (1 - \alpha) \Phi^{(n-1)}(\mathbf{S}_t) \end{aligned}$$

3. 更新前後の方策関数の乖離を計算する。

$$dist = \max |\Phi^{(n)}(\mathbf{S}_t) - \Phi^{(n-1)}(\mathbf{S}_t)|$$

4. 方策関数の乖離が臨界値  $\epsilon > 0$  より小さければ反復を止める。乖離が大きければ、段階 2 に戻って反復を続ける。臨界値は、 $\epsilon = 10^{-4}$  に設定する。

<sup>30</sup>Richter et al. (2014) は、 $\alpha$  の値が低いほど収束までの反復回数が多くなる一方、とくに反復計算の初期において解の安定性が確保されるため、モデルが複雑な場合には低い  $\alpha$  の値を用いることを推奨している。本稿ではこうした計算速度と安定性のトレードオフを踏まえて  $\alpha$  の値を設定した。もっとも、 $\alpha$  の値は、方策関数の反復の収束条件には影響を与えない点に留意が必要である。

表1: カリブレートしたパラメータ

シンボル	パラメータ	日本	米国
<u>定常値</u>			
$r^*$	自然利子率（年率）	0.95%	1.84%
<u>効用関数</u>			
$\beta$	主観的割引因子	0.9975	0.9975
$\eta$	労働供給のフリッシュ弾力性	0.82	1.00
<u>取引費用</u>			
$\delta_1$	取引費用のパラメータ	0.01110	0.01110
$\delta_2$	同上	0.07524	0.07524
<u>価格・賃金設定</u>			
$\theta$	財の代替の弾力性	7.00	7.00
$\lambda$	価格の硬直性の度合い	0.65	0.65
$\gamma$	名目賃金の下方硬直性の度合い	0.9978	1.0045
<u>金融政策反応関数</u>			
$\phi_\pi$	インフレ率への長期反応係数	2.50	2.50
$\phi_y$	需給ギャップへの長期反応係数	0.25	0.25
$\rho_r$	金利スモーキング	0.90	0.90
<u>外生過程</u>			
$p_{12}$	レジーム1からレジーム2への推移確率	3.13%	1.14%
$p_{21}$	レジーム2からレジーム1への推移確率	2.94%	3.45%
$\Delta$	レジーム・スイッチング・ショックの大きさ	0.0070	0.0135
$\rho_z$	生産性の自己回帰係数	0.90	0.90
$\rho_\chi$	労働の不効用の自己回帰係数	0.70	0.70
$\rho_q$	リスクプレミアムのAR(1)成分の自己回帰係数	0.85	0.85
$\sigma_z$	生産性ショックの標準偏差	0.0015	0.0015
$\sigma_\chi$	労働の不効用ショックの標準偏差	0.0030	0.0030
$\sigma_q$	リスクプレミアムのAR(1)成分へのショックの標準偏差	0.0025	0.0020

表 2 : モデルの当てはまり

モーメント シンボル	変数	日本		米国		
		データ	モデル	データ	モデル	
標準偏差 ×100	$Y$	産出量	1.42	1.36	1.21	1.12
	$C$	消費	1.00	1.37	1.02	1.13
	$H$	労働投入	0.82	1.38	1.77	1.14
	$\pi$	インフレ率	0.27	0.52	0.25	0.34
	$\pi^w$	賃金インフレ率	1.02	0.86	0.72	0.68
	$R$	名目金利	0.62	0.40	0.55	0.32
系列相関・ 1期ラグ	$Y$	産出量	0.83	0.58	0.89	0.58
	$C$	消費	0.60	0.58	0.86	0.58
	$H$	労働投入	0.62	0.54	0.95	0.56
	$\pi$	インフレ率	0.76	0.64	0.77	0.67
	$\pi^w$	賃金インフレ率	-0.22	0.19	0.08	0.19
	$R$	名目金利	0.95	0.92	0.94	0.93
産出量 との相関	$Y$	産出量	1.00	1.00	1.00	1.00
	$C$	消費	0.82	1.00	0.92	1.00
	$H$	労働投入	0.79	0.94	0.90	0.91
	$\pi$	インフレ率	0.48	0.55	0.15	0.69
	$\pi^w$	賃金インフレ率	0.20	0.66	0.05	0.68
	$R$	名目金利	0.28	0.08	0.49	0.06

- (注) 1. データのモーメントは、各国におけるゼロ金利期間以前の期間について計算した。サンプル期間は、日本では1985Q1-1998Q3、米国では1987Q4-2008Q4である。
2. モデルはレジーム1におけるモーメントである。その際、定常状態インフレ率は日本では1985Q1-2017Q4、米国では1987Q4-2017Q4のインフレ率の平均値に設定した。
3. 日本のデータ系列について、産出量と消費は「国民経済計算」におけるGDPと民間最終消費支出を、消費者物価指数（生鮮食品を除く総合）でデフレートした。労働投入は「労働力調査」の就業者数と「毎月勤労統計調査」の総実労働時間指数を乗じることで作成した。インフレ率は消費者物価指数（生鮮食品を除く総合）であり、消費税の導入および税率引き上げの影響を調整した。賃金インフレ率は「国民経済計算」の雇用者報酬を労働投入で除すことで、労働投入1単位あたりに換算した。名目金利は1985Q3以降は翌日物無担保コールレート、それ以前はデータ制約から翌日物有担保コールレートを利用した。
4. 米国のデータ系列について、産出量と消費は「国民所得生産勘定」におけるGDPと個人消費支出を、個人消費デフレーター（除く食料・エネルギー）でデフレートした。労働投入は非農業部門の総労働時間である。インフレ率は個人消費デフレーター（除く食料・エネルギー）である。賃金インフレ率は非農業部門の時間あたり報酬である。名目金利は実効フェデラル・ファンド・レートである。
5. 産出量、消費、労働投入は生産年齢人口一人当たり。いずれも Hodrick-Prescott フィルターにより循環要因を抽出した。
6. インフレ率、賃金インフレ率は四半期前期比である。
7. 名目金利は四半期換算値である。

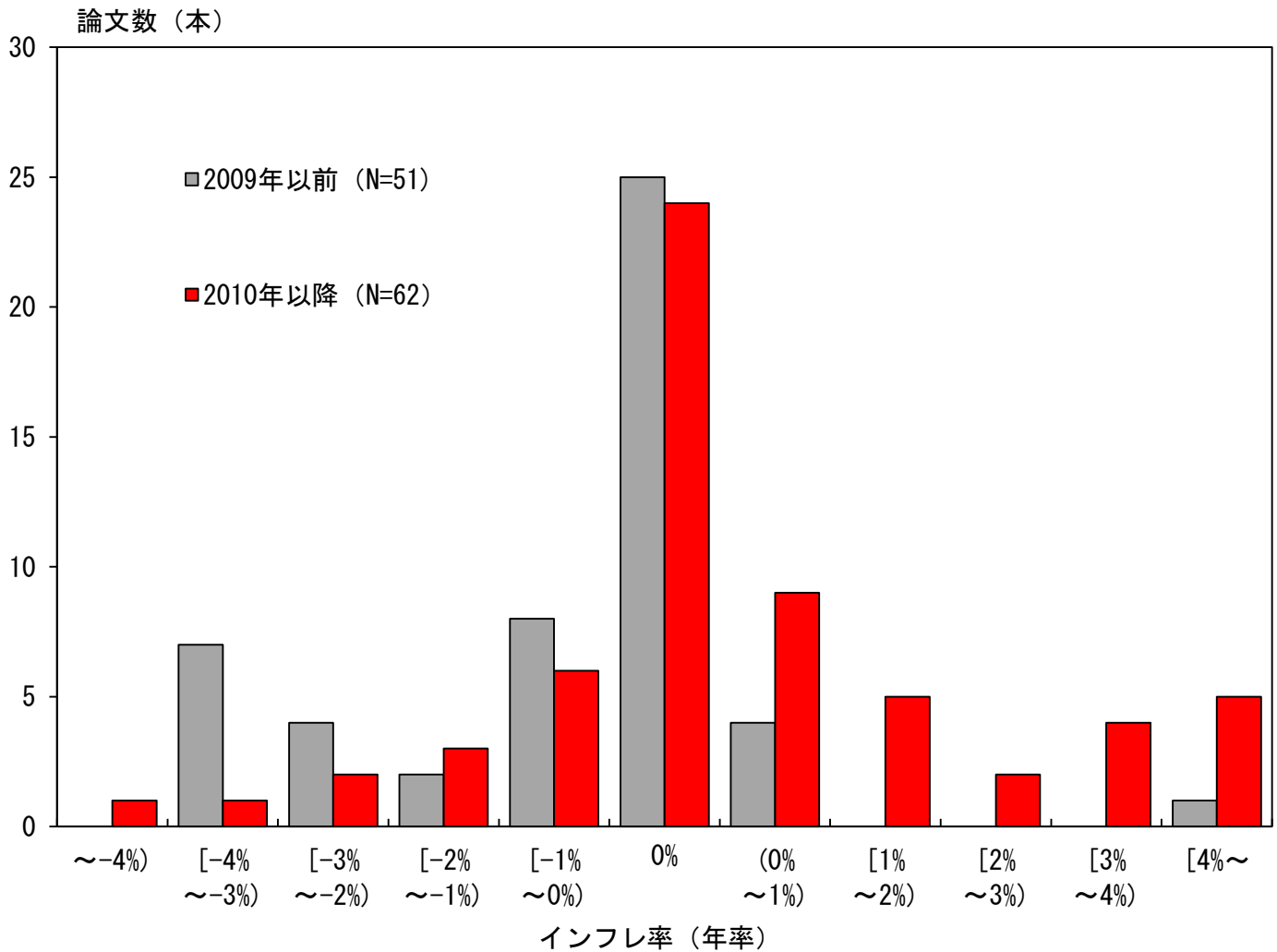
(出所) 日本： 内閣府「国民経済計算」、総務省「消費者物価指数」、「労働力調査」、厚生労働省「毎月勤労統計調査」、日本銀行「コール市場関連統計」  
 米国： 商務省経済分析局「国民所得生産勘定」、労働統計局「雇用統計」、連邦準備制度理事会「H.15 金利レポート」、経済開発協力機構「主要経済指標」（各系列はセントルイス連銀の FRED から取得した）

表 3 : 名目金利の実効下限の引き下げ

(%、年率)

	社会厚生を最大化する 定常状態インフレ率	
	日 本	米 国
ゼロ金利制約（ベースライン）	1.9	2.3
実効下限0.1%ポイント引き下げ	1.8	2.2

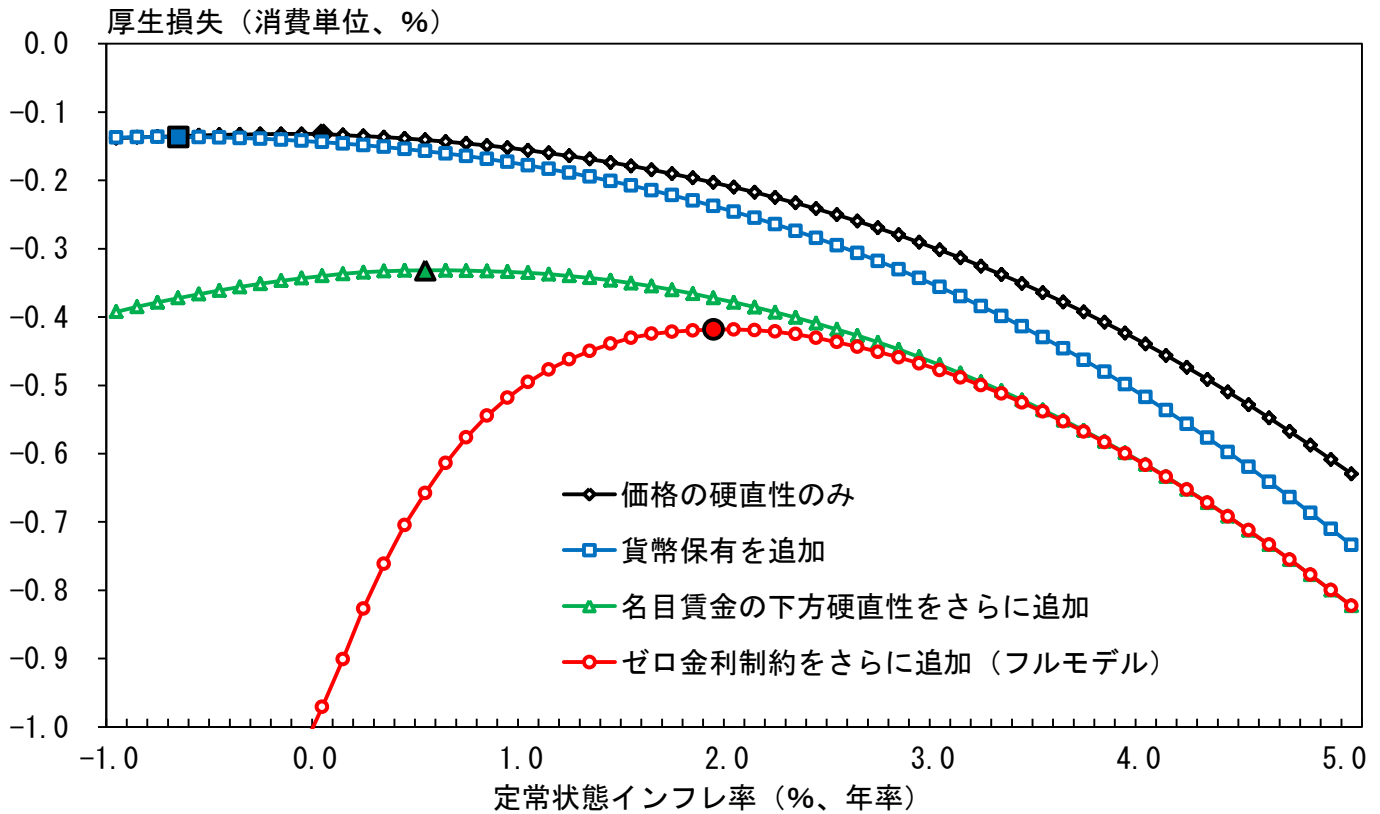
図 1 : 社会厚生を最大化する定常状態インフレ率に関する先行研究の集計結果



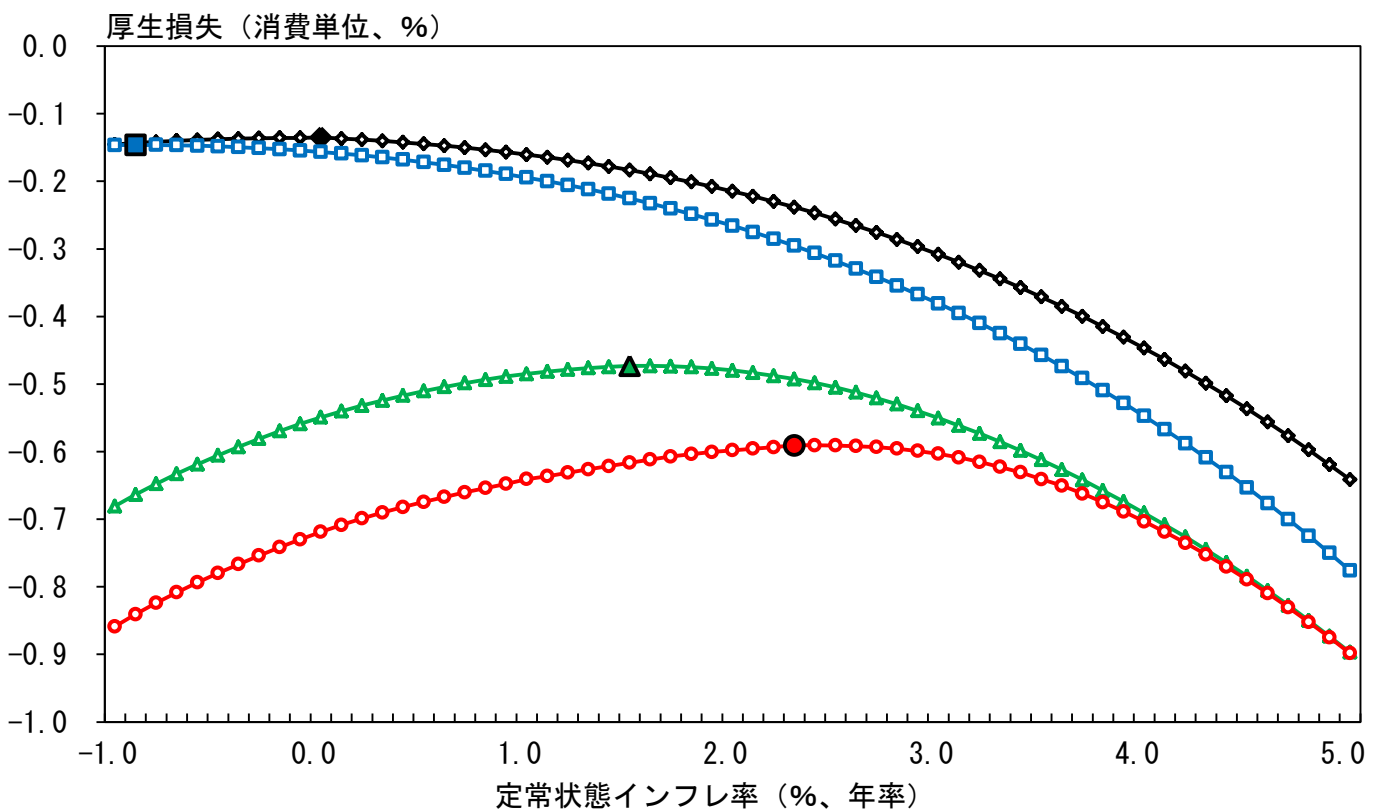
- (注) 1. 1989~2019年に行われた米国を対象とした研究結果を集計した。  
 2. 複数の値を示している研究については、その平均値を表示している。  
 3. 横軸の四角括弧[ ]は閾値を含む、丸括弧( )は閾値を含まない。  
 (出所) Diercks (2017) ほか

図2： テイラー・ルールを前提とした場合の厚生損失

(1) 日本



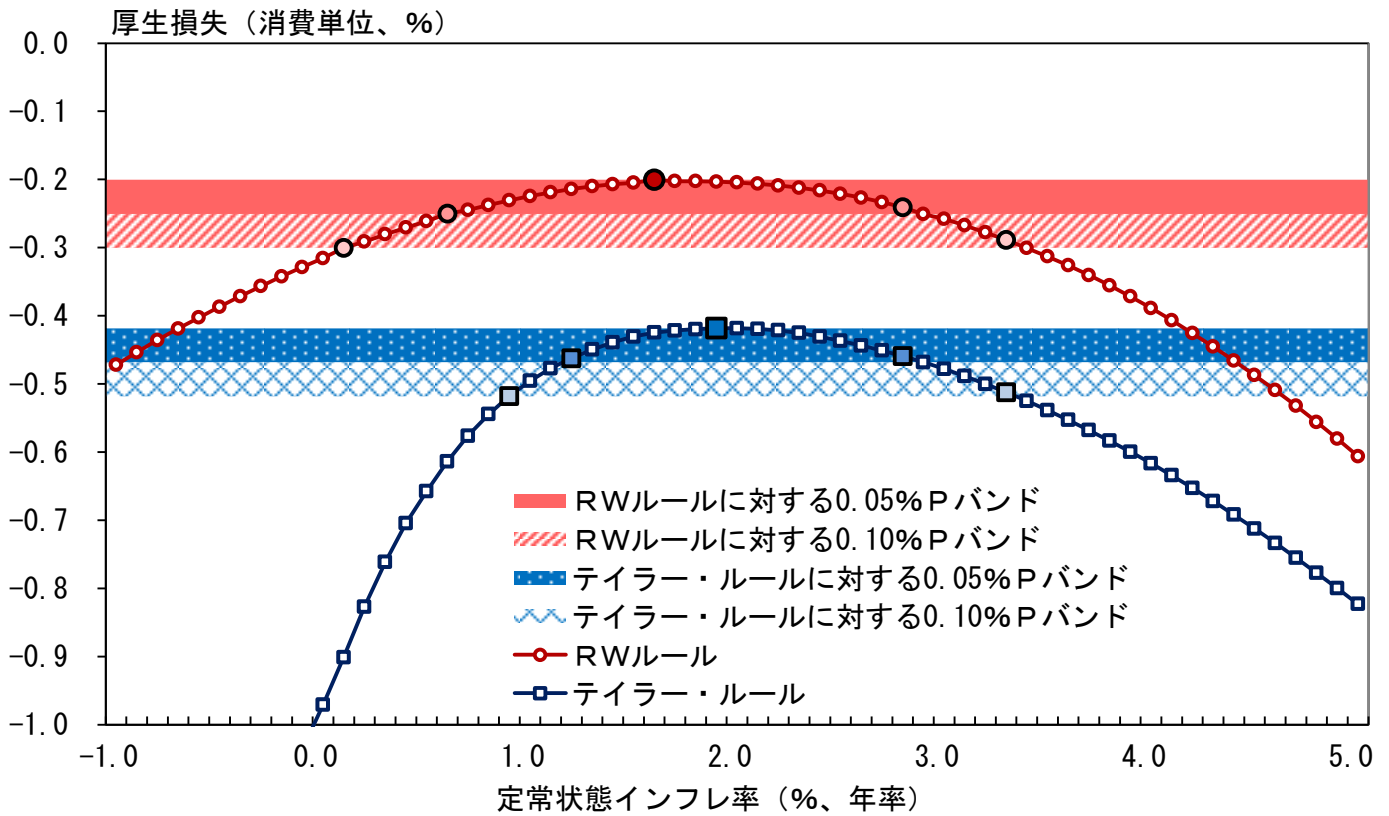
(2) 米国



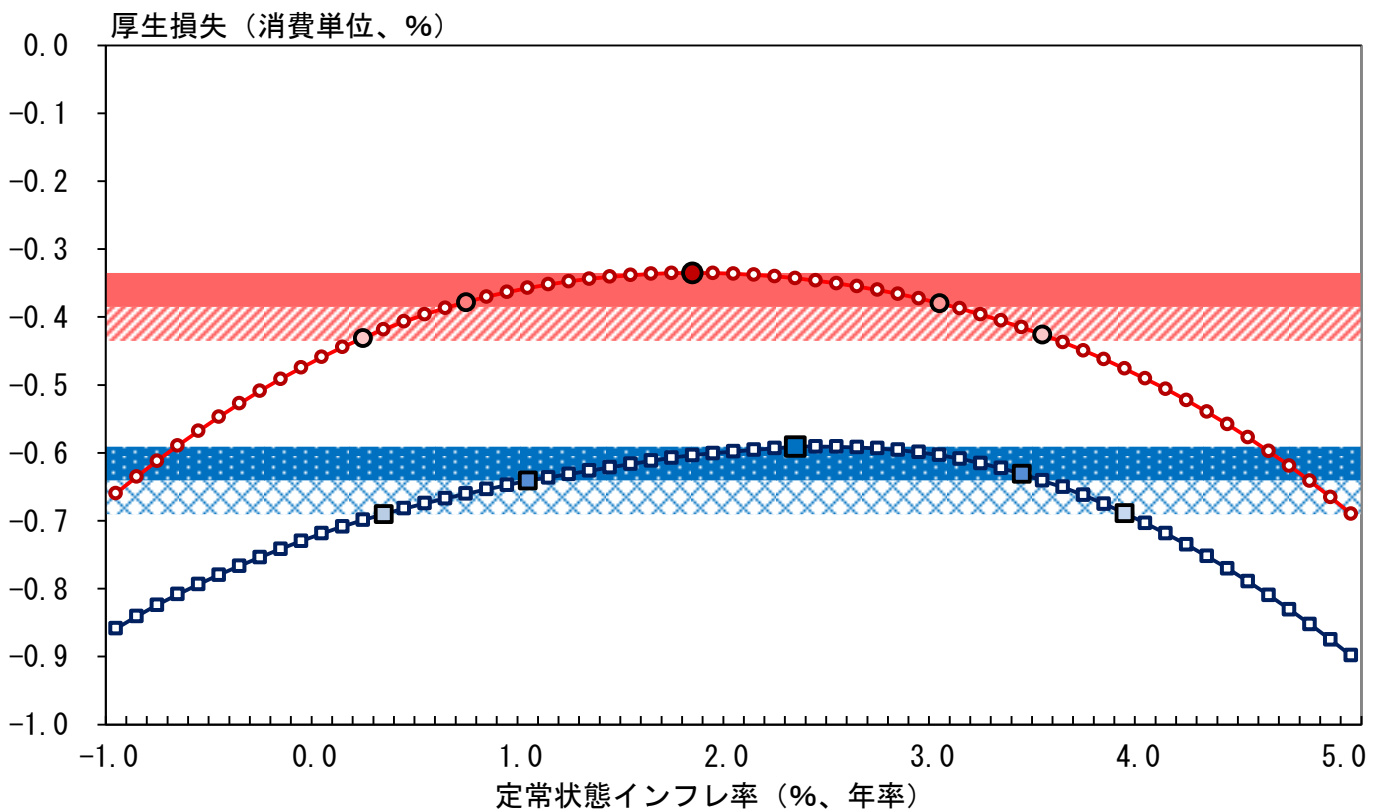
- (注) 1. 厚生損失は、伸縮価格・賃金下のキャッシュレス経済における社会厚生からの乖離。各期の消費に対する割合。  
 2. マーカーが塗りつぶされた点は、各定式化において社会厚生を最大化する定常状態インフレ率を示す（以下同）。

図3： RWルールを前提とした場合の厚生損失

(1) 日本



(2) 米国



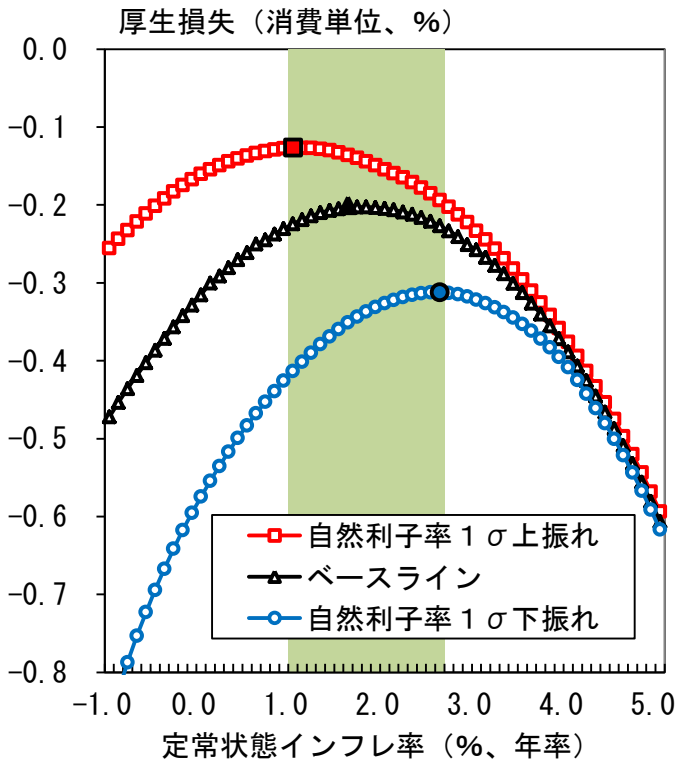
(注) 赤色の塗りつぶしと青色のピン・ドットで表示されるバンドは社会厚生 の最大値からの低下幅が 0.05%ポイントに収まる定常状態インフレ率の範囲、赤色の斜線と青色の斜め格子で表示されるバンドは同0.10%ポイントに収まる定常状態インフレ率の範囲を示す。



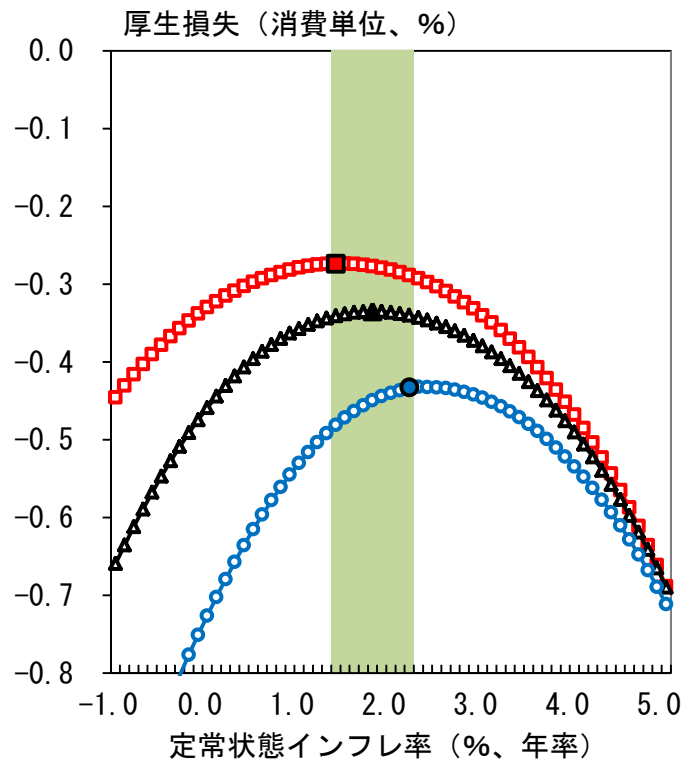
図4： パラメータ不確実性の影響

(1) 自然利子率の定常値を巡る不確実性

① 日本

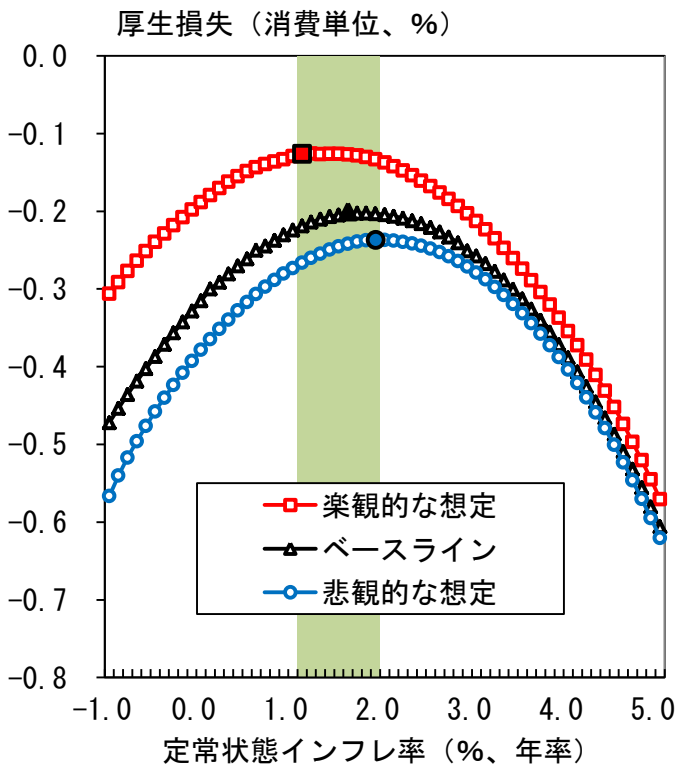


② 米国

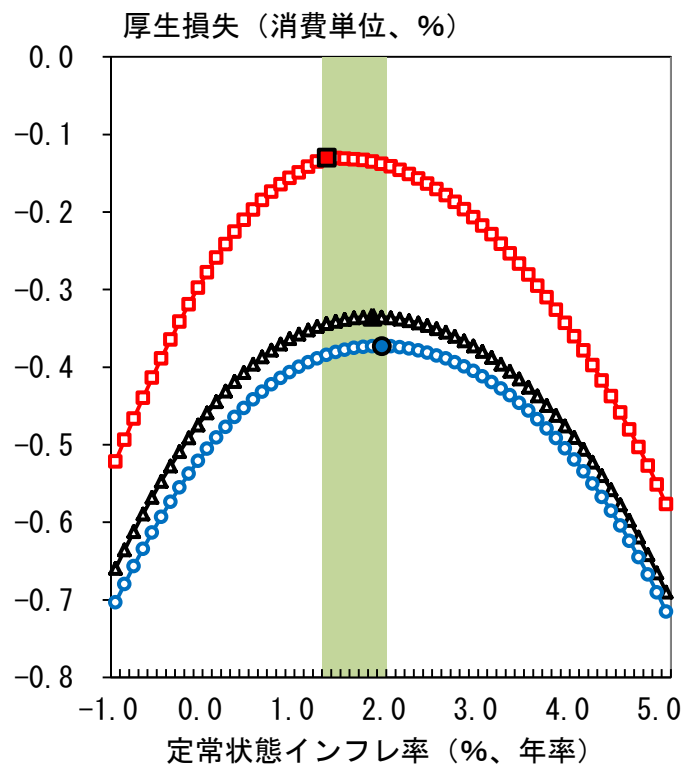


(2) ゼロ金利ショックの定式化を巡る不確実性

① 日本



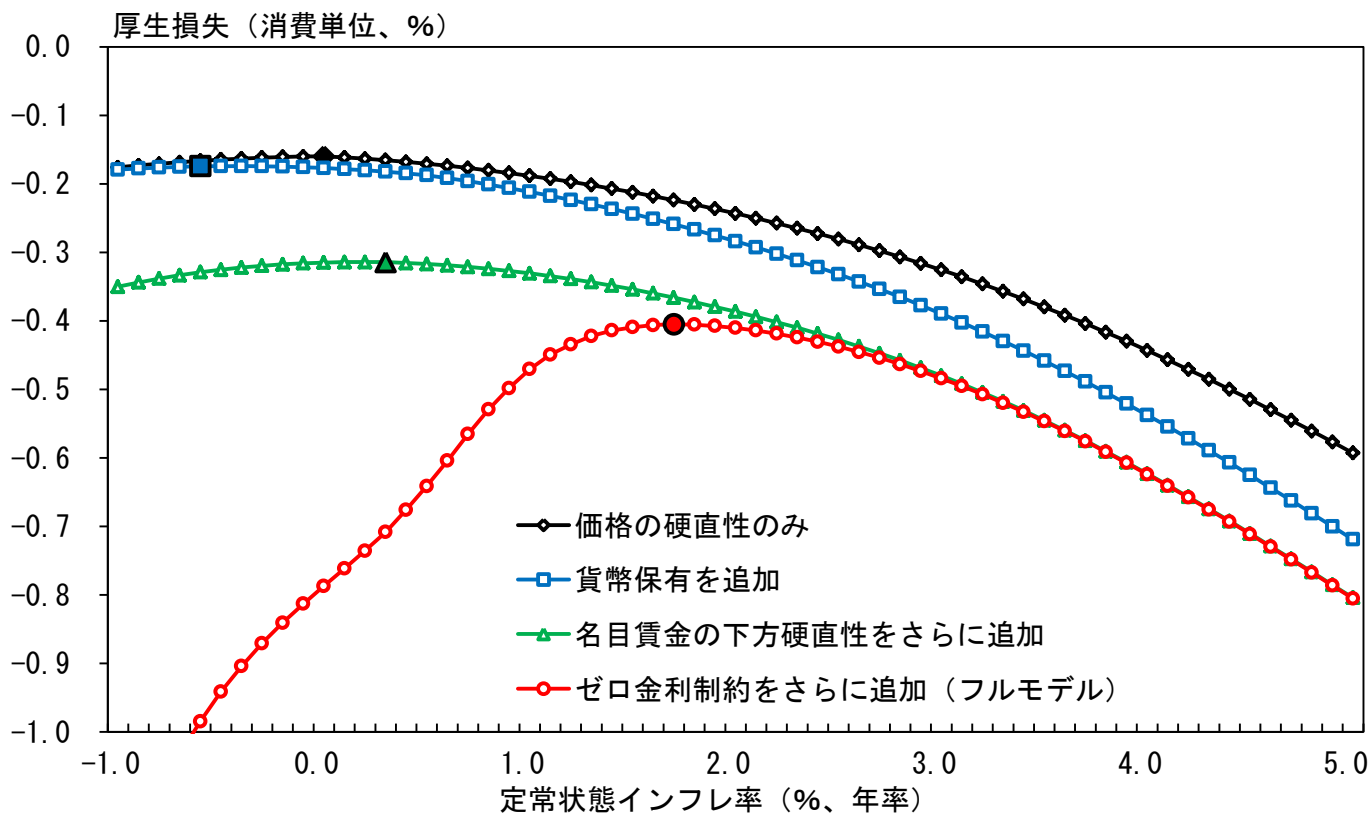
② 米国



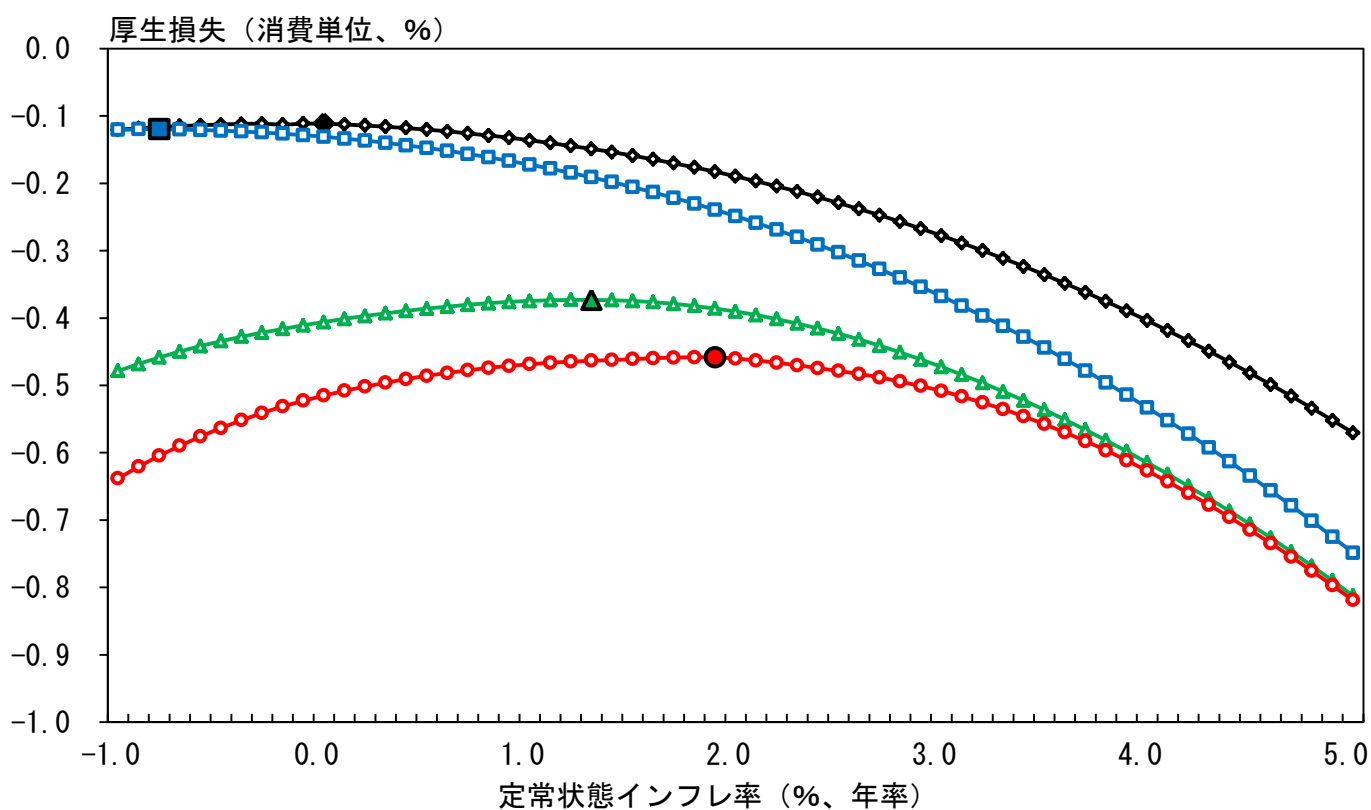
- (注) 1. (1) では、自然利子率の定常値がベースライン (Laubach と Williams の方法による1980年代後半以降の推計値の平均値) から1標準偏差 ( $\sigma$ ) 上振れ・下振れした場合を想定した。  
 2. (2) では、ゼロ金利ショックの頻度、継続期間、大きさについて、過去のデータから楽観的・悲観的な想定を置いた。  
 3. 中央銀行は、RWルールに従うと仮定した。

図5：消費の習慣形成

(1) 日本



(2) 米国



(注) 中央銀行は、テイラー・ルールに従うと仮定した。