



日本銀行ワーキングペーパーシリーズ

不確実性の増大と流動性資産需要： 動学的一般均衡モデルによる分析

塩路悦朗*

shioji@econ.hit-u.ac.jp

No.09-J-1
2009年1月

日本銀行
〒103-8660 郵便事業(株)日本橋支店私書箱30号

*一橋大学経済学研究科

日本銀行ワーキングペーパーシリーズは、日本銀行員および外部研究者の研究成果をとりまとめたもので、内外の研究機関、研究者等の有識者から幅広くコメントを頂戴することを意図しています。ただし、論文の中で示された内容や意見は、日本銀行の公式見解を示すものではありません。

なお、ワーキングペーパーシリーズに対するご意見・ご質問や、掲載ファイルに関するお問い合わせは、執筆者までお寄せ下さい。

商用目的で転載・複製を行う場合は、予め日本銀行情報サービス局までご相談下さい。転載・複製を行う場合は、出所を明記して下さい。

不確実性の増大と流動性資産需要：
動学的一般均衡モデルによる分析

塩路悦朗¹

(一橋大学経済学研究科)

¹ 本研究の機会を与えてくださった日本銀行調査統計局に感謝したい。また研究助手として多くの貢献をしてくれた Vu Tuan Khai 氏，内野泰助氏に感謝する。また本稿を完成させるにあたり日本銀行調査統計局の方々，特に門間一夫局長，粕谷宗久氏，一上響氏より多くの貴重なコメントと激励を得た。ここに感謝したい。また，一橋大学マクロランチワークショップ，慶應木曜研究会，東北大学現代経済学研究会の参加者各位より非常に有益なコメントを得たのでここに記して謝意を表したい。

要旨

本稿の第 1 の目的は不確実性の拡大・縮小がマクロ経済変動に与える影響を分析するための新しい枠組みを提示することである。一般に、不確実性の増大は金融仲介の収縮を通じて経済活動の後退につながると考えられている。すなわち銀行は貸出のリターンの不確実性が増すとより慎重な貸出態度をとるようになる一方、預金者は銀行の経営状態に疑念を抱くようになり預金以外の資産にシフトするようになる。しかし経済学の世界においてはこのような現象を現代的な動学的一般均衡モデルの枠組みを使って分析することは行われてこなかった。そのひとつの理由は現在のスタンダードな分析手法が不確実性の増大という 2 次のモーメントに対するショックに対する動学的反応を導くのに適していないということにある。従来はもしこのような分析を行おうとすると計算負荷の高い手法に頼らざるを得ず、変数の多い複雑な一般均衡モデルを解くことは非常にコストが高かった。本稿では最近になって経済学への応用が見られるようになった新しい手法である Markovian Jump Linear Quadratic (MJLQ) アプローチを不完全競争・外部経済があるケースに拡張することに成功した。これによって短時間に複雑なモデルを解くことを可能となった。このような手法は今後政策分析の場でも有用となってくると期待される。

本稿の第 2 の目的は、上記の枠組みを用いて不確実性の増大が流動性資産に対する需要をどのように変化させるかを、やはり動学的一般均衡モデルの枠組の中で明らかにすることである。一般に、不確実性が増大したとき、人々は長期的なコミットメントを回避するようになって非流動的な資産よりも流動的な資産を選好するようになると考えられている。これは預金者側で言えば定期性預金のような非流動性預金の需要が相対的に減少し普通預金のような流動性預金の需要が相対的に高まることを意味している。貸手側で言えば銀行が借手に対して長期的にコミットするような長期貸出を絞り込んでより短期的な貸出を選好するようになることを意味している。このような解釈は現実的と思われるが、これを動学的一般均衡の枠組みの中で分析することはこれまで容易ではなかった。本稿では上記のアプローチを応用することでこの分析を比較的容易にしている。流動性需要の分析は中央銀行にとって一つの重要な関心事であるため、このアプローチの応用可能性は広いと思われる。

1 イントロダクション

本稿の目的は不確実性の拡大・縮小がマクロ経済変動に与える影響を分析するための新しい枠組みを提示することである。またこの枠組みをもとに、不確実性の増大により預金者と金融仲介機関が資産需要を流動性の低いものから高いものへとシフトさせていく仕組みを明らかにすることである。

不確実性の増大が金融仲介の萎縮を通じて実体経済活動を停滞させる可能性があること、特にその過程で非流動性資産から流動性資産へのシフトが生じることを示唆する事例はいくつか存在する。しかし、どのようなメカニズムを通じてこのようなスイッチが起きるのか、また、そのマクロ的インパクトは何なのか、といった理論的側面については、あまり研究が進んでこなかった。その理由は2つ考えられる。第1に、近年マクロ経済学の世界で盛んに分析が行われている確率的動学的一般均衡モデルの文献の中で通常用いられている分析枠組みが不確実性の増大といったタイプのショックを扱うのにあまり適していないことである。第2に、これらの文献の中で金融仲介機関の役割を強調したものは散見されるものの、流動性資産と非流動性資産の選択をモデルに取り入れることは難しく、そこまで踏み込んだ研究は非常に数が限られてきたことである。本稿の分析の特徴はこれまでの研究の限界を克服し、不確実性増大の影響を金融取引の入った動学的な一般均衡モデルで検証していることである。

本論文では不確実性の増大というショックを取り込みつつ比較的少ない計算量で数値的にモデルの解を求めることができる手法として Markovian Jump Linear Quadratic (マルコフ・ジャンプ・線形2次) アプローチと呼ばれるものを採用している。この手法を応用した経済学の文献はまだ数が少なく、本論文のように不確実性増大が金融市場を通してマクロ的影響を与える、というテーマを研究するためにこの手法を応用するのは筆者が知る限り初めてである。ただしこのアプローチは本論文のように独占的競争や外部性などの市場の失敗があるケースには直接応用できないため、そのような問題にも使えるように手法を拡張している。本論文では2つのモデルが提示されるが、第1モデルは銀行部門を導入した基本的マクロモデルである。そこでは企業の生産性に不確実性があるとされており、この不確実性が増大したときに預金や貸出といった金融行動、ひいては実体経済が萎縮することが起こりうることを示される。

これを受けて第2モデルでは流動性・非流動性資産の区別が導入される。「流動

性」という用語は様々な意味に用いられるが、本稿では「流動性資産」とは、「不確実性の（部分的）解消を待ってから保有額を調整できる（reshuffle が可能な）タイプの資産」であると考え、「非流動性資産」とは、「不確実性が（部分的に）解消していない段階である保有額にコミットメントを行わなくてはならないタイプの資産」と定義される。不確実性の増大は「あとで reshuffle する可能性」の価値を増大させ、流動性資産の需要を相対的に増大させることが示される。なお、「不確実性の増大というショック」の影響をとらえる、という点で本稿と問題意識を共有しているのが Bloom (2009) である。同論文は不確実性の一時的かつ急激な上昇に対して企業の投資と雇用がどう反応するかを分析しているものである。ただし本稿とはモデルがかなり異なっており、本稿のモデルが同質的企業を仮定した一般均衡モデルになっているのに対し、Bloom 論文のモデルは企業の異質性を導入している点では優れている。その一方、Bloom 論文のモデルは各企業が直面する需要状況を所与とした部分均衡モデルになっている。また経済主体(企業)の異質性を扱っているので解法はより複雑である²。本稿の構成は以下の通りである。第 2 節では本稿の背景となるいくつかの事実を概観する。第 3 節では関連するこれまでの文献を概観し、第 4 節で本稿で用いられる手法の特徴を簡単に説明する。第 5 節から 7 節にかけて第 1 モデルを導入しその含意を検証する。第 8 節で第 2 モデルを導入し第 9 節でその含意を検証する。第 10 節で結論を述べ今後の課題を展望する。

2 不確実性の高まりと金融

不確実性の増大が経済活動の萎縮を招くという事態が実際に起きていたのではないかと疑われる事例に 1990 年代から 2000 年代前半にかけてのいわゆる「金融不安」の時期がある^{3,4}。この時期、家計、銀行ともに金融不安への対応として

² なお、Bloom (2009) は単に理論モデルのシミュレーションを行うだけでなく企業レベルデータを用いた構造推定を行っているという点においても特筆すべきである。

³ 塩路・藤木(2005)は金融広報中央委員会提供のマイクロデータを用いて家計の資産選択の分析を行い、この時期の預金行動が銀行の経営状況に関する不安感の影響を受けていたことを示している。これに関連して、Shioji (2004)はこの時期の銀行貸出行動が銀行自身の財務状況に影響されていたことを示している。

⁴ 問題意識の上で共通した点が見られるのが、一連の企業設備投資に関する実証

資産需要を流動性の低いタイプから高いタイプへとシフトさせていたことを示唆するデータがいくつか存在する。

図1は流動性預金と定期性預金の比率を1994年以降時系列で追ったものである。データは日本銀行ホームページの「国内銀行の資産・負債等（銀行勘定）」から取っており、流動性預金は当座預金と普通預金の和、定期性預金はそれ以外（貯蓄預金・通知預金・定期預金・定期積金・別段預金）の和として定義されている。図より、この比率については明らかな上昇傾向を認めることができる。この原因としては金融不安以外にもこれら2種類の預金間の金利格差が縮小したことが挙げられる。しかし、たとえば普通預金と1年定期預金間の金利差を調べてみると⁵、大きな差の縮小は1999年までに起こっており（特に1999年中に金利差は1.42%から0.51%に縮小している）、特に2001年以降2006年まではほぼ金利差は一定で推移していたことがわかった。従って図1に見られるような上方トレンドは金利差によってのみ説明することはできない。よってこの傾向は銀行が金融不安に対する対応として資産を非流動的なものから流動的なものにスイッチしたことの傍証となりうる。なお、図1においては2002年2月から3月にかけて比率の急激な上昇が見られるが、これは同年4月のペイオフ部分解禁によるものと思われ、一般的な金融不安要因とは区別する必要がある。

家計の資産選択行動に関しては、アンケート調査の結果も参考になる。図2は金融広報中央委員会の「家計の金融行動に関する世論調査」公表データより作成したものである。この調査では毎年、金融商品の選択基準を貯蓄保有世帯に限り尋ねている。選択肢としては(1)「利回りがよいから」、(2)「将来の値上がりを期待できるから」、(3)「元本が保証されているから」、(4)「取引金融機関が信用できて安心だから」、(5)「現金に換えやすいから」、(6)「少額でも預け入れや引出しが自由にできるから」が与えられている。同調査ではこのうち(1)、(2)を「収益性」、(3)、(4)を「安全性」、(5)、(6)を「流動性」の要因と呼んでいる。図2は「収益性」と「安全性・流動性」それぞれを選んだ回答者の割合の推移である。これ

研究のうち、企業が直面する不確実性を説明変数の1つとしたものである。例えば宮尾(2008)では企業の売上成長率と利益率の標準偏差を不確実性の代理変数とし、その増加が投資を抑制する傾向があったかを検証している。但し彼の結論はそうした抑制効果は2000年代にしか見られなかった、というものである。

⁵ このデータは日本銀行ホームページ、「各種預貯金等の金利（参考）預金種類別店頭表示金利の平均年利率等（2）銀行預金金利」より取った。

によると、1991年から1999年までほぼ一貫して「安全性・流動性」を理由として選ぶ割合が増加しており、その後も2003年ころまで高止まりの傾向を見せている。このことは金融不安を背景に人々の資産選択行動が変化したことを伺わせる。なお、データは2004年と2007年の2時点で連続性が確保されていない。

図3は銀行資産残高における国債と貸出金の比率をとったものである。データの出所は図1と同じである。この比率は1998年を境に明確な上昇に転じており、この傾向は2004年まで続いている。1998年は金融危機があった年であり、この年にはいわゆるジャパン・プレミアムの急激な上昇が観察される。よって図3に見られる傾向は銀行が金融不安に対する対応として資産を非流動的なものから流動的なものにスイッチしたことの現われとして解釈することが可能である。

図1：銀行部門負債における流動性預金／定期性預金比率

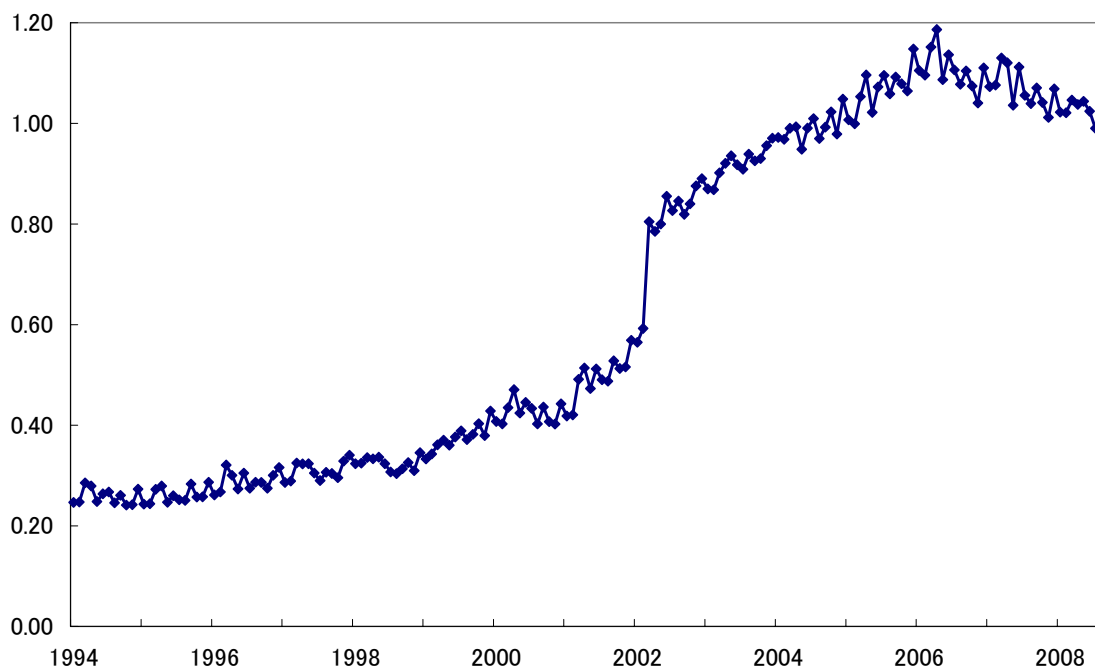


図2：金融商品の選択基準

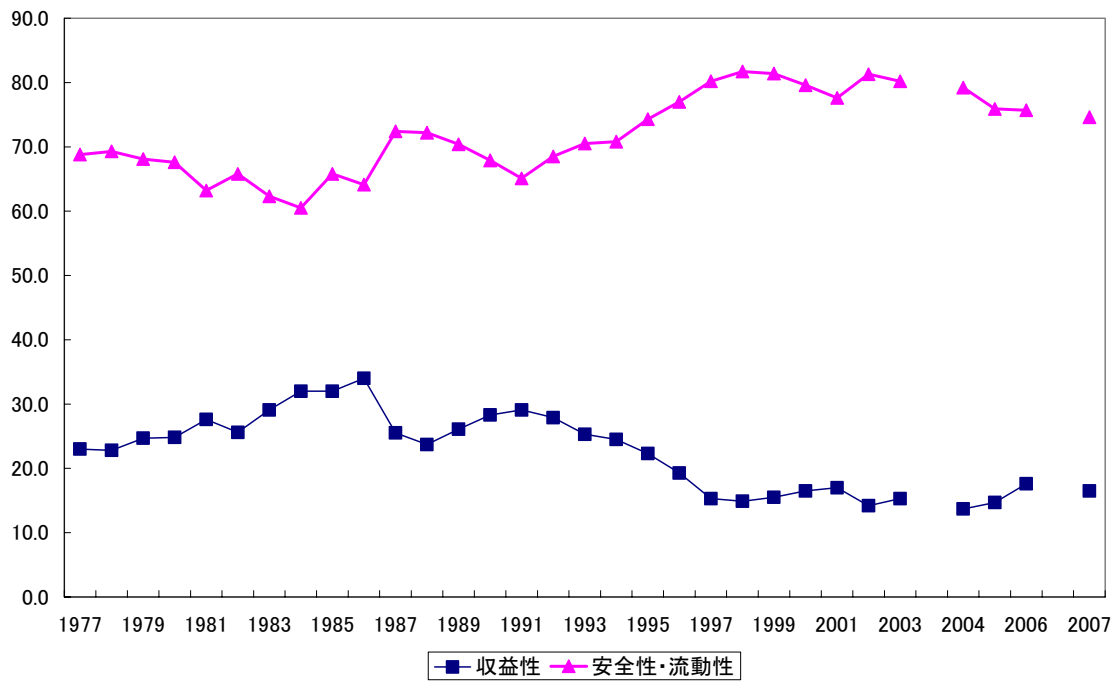
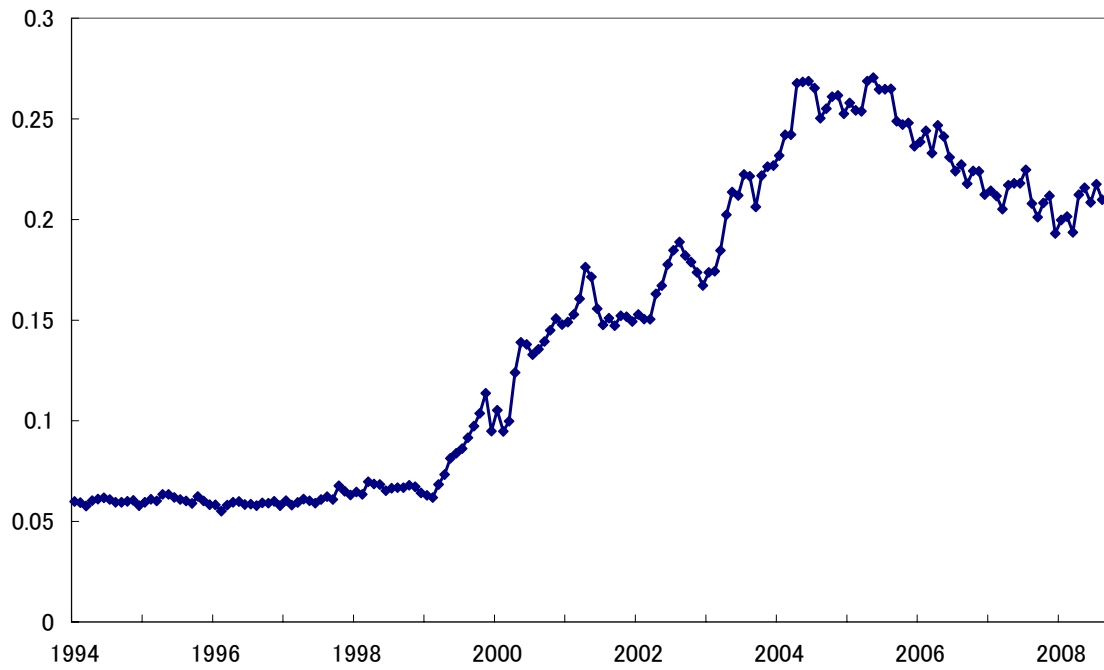


図3：銀行部門資産における国債／貸出金比率



ではどの時期にどの程度経済の不確実性が増したか、指標を作成することは出来ないだろうか。本論文ではこの目的のために、日本銀行の全国企業短期経済観測調査（以下短観）に表れている企業の金融経済に関する見解のばらつきを参照してみる。見解のばらつきの増大すなわち不確実性の増大とは限らないが⁶、少なくとも経済の不確実性に関する重要な手がかりを与えてくれるものと推測される。ここでは短観の「金融機関の貸出態度」に関するデータを用いる。公表されているのは「最近」と「先行き」について「緩い」と答えた企業の割合と「厳しい」と答えた割合である。これらの情報からカールソン・パーキン法を用いて企業の見解の平均と標準偏差（より正確にはそれらに比例する値）を求めることが出来る。この手法については堀・寺井（2004）が詳しいが、簡単に述べれば以下の通りである。各企業が t 期に感じる金融機関の貸出態度が x_t という数量で表されるとし、この x_t は平均 μ_t 、分散 σ_t^2 の正規分布に従うとする。さらに企業は x_t が閾値 δ を超えれば「緩い」と答え、 $-\delta$ を下回れば「厳しい」と答えるものとする。ここで A_t の割合の企業が「緩い」と答え、 B_t の企業が「厳しい」と答えたとしよう。このとき、 Φ を標準正規分布の累積分布関数とし、

$$a_t \equiv \Phi^{-1}(1 - A_t), \quad b_t \equiv \Phi^{-1}(B_t)$$

とすれば、次を示すことが出来る。

$$\mu_t = -\delta \cdot (a_t + b_t) / (a_t - b_t), \quad \sigma_t = 2\delta / (a_t - b_t)$$

ここで δ は定数であるから、

$$\tilde{\mu}_t = -(a_t + b_t) / (a_t - b_t), \quad \tilde{\sigma}_t = 2 / (a_t - b_t)$$

を計算すれば企業の見解の平均と標準偏差に比例する時系列を作成することが出来る。図 4 はこの手順に従った計算を「最近」について行った結果をまとめている。左上が「全規模合計」からの結果、右上が「大企業」、左下が「中堅企業」、右下が「中小企業」の結果である。図 5 は同じ手続きを「先行き」について行ったものである⁷。

図 4 の標準偏差に関する結果に注目すると、1992 年以降急激にばらつきが上昇

⁶ これ以外の可能性として実際に企業の信用力のばらつきが高まった場合、あるいは融資側の貸出基準がより選別的となった場合が考えられる。

⁷ 本論文の問題意識からすれば「先行き」の不確実性のほうがより重要である。しかしこの指標は 2003 年までしか利用可能でない。しかも図 4 と 5 を比較すればわかるように「先行き」と「最近」は非常によく似た動きをする。そこでまず 2003 年で連続性が失われるとはいえ直近まで取れる「最近」の結果を示した。

する点は共通している。「全規模合計」についていえばその後も上昇基調を続け、2000年代初頭に高止まったあと2003年頃からようやく下降を始める。「大企業」についてはそれ以前のバブル崩壊時にばらつきの急激な上昇が見られる点が異なるが、それ以外は似通っている。「中堅企業」は「全規模合計」とほぼ同じ傾向を見せている。「中小企業」は1990年代後半に既に上昇から高止まりに移っている点が異なっている。

図5の「先行き」についても標準偏差を中心にしてみる。このデータは2003年12月期までしか利用可能でないが、それまでの傾向は「最近」と非常に似通っている。違いはバブル崩壊時のばらつきの急上昇がよりくっきりと出ること（ただし中小企業は除く）、それから特に大企業において1997年から1998年の金融危機時に急激な上昇が観察されることである。

なお、同様の分析を短観のもう一つの項目である「資金繰り」についても行った結果、類似の結論を得た。ただし、この場合には、1990年代後半だけでなく1980年代前半にも比較的ばらつきが高い状態が観察された点がやや異なっていた。

これらの結果を総合すると、1990年代前半から後半にかけて経済の不確実性の上昇が見られ、その後2000年代も2003年頃まで不確実性の高止まりが見られ、その後緩やかな不確実性の低下が見られた、という仮説と整合的である。よって1990年代から2003年頃までの日本経済の不振は不確実性の増大とそれによる経済活動の萎縮によって増幅されていたのかもしれない。本論文ではそのような理論的可能性を追求する。

図4：短観・貸出態度・最近，平均と標準偏差の推定値

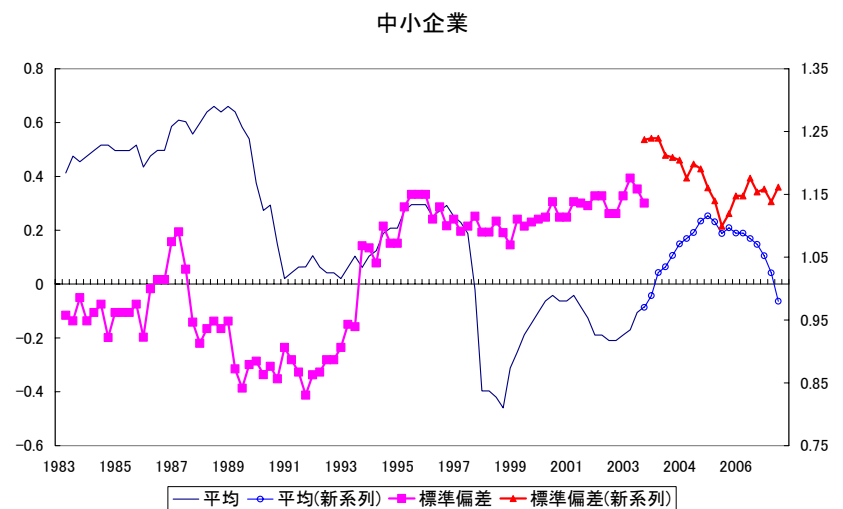
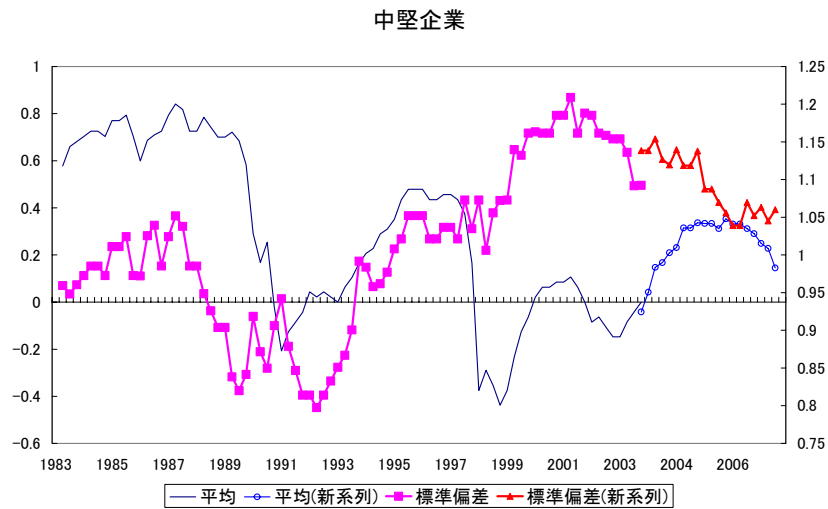
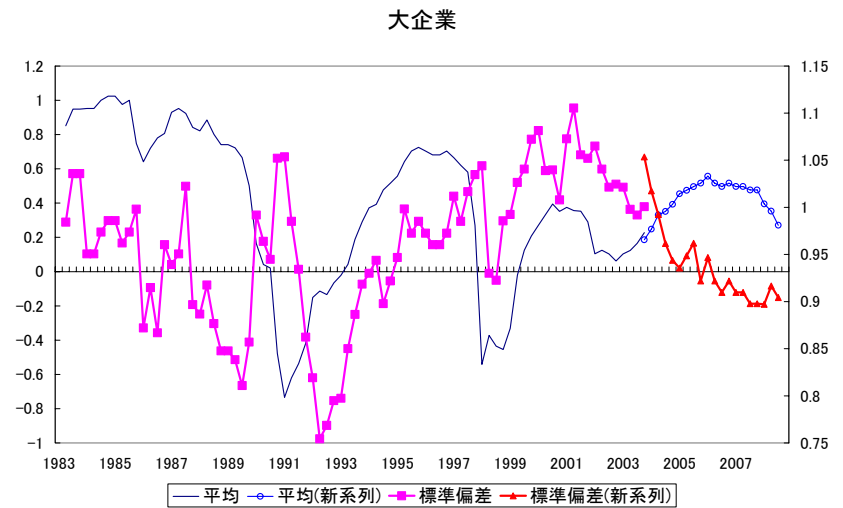
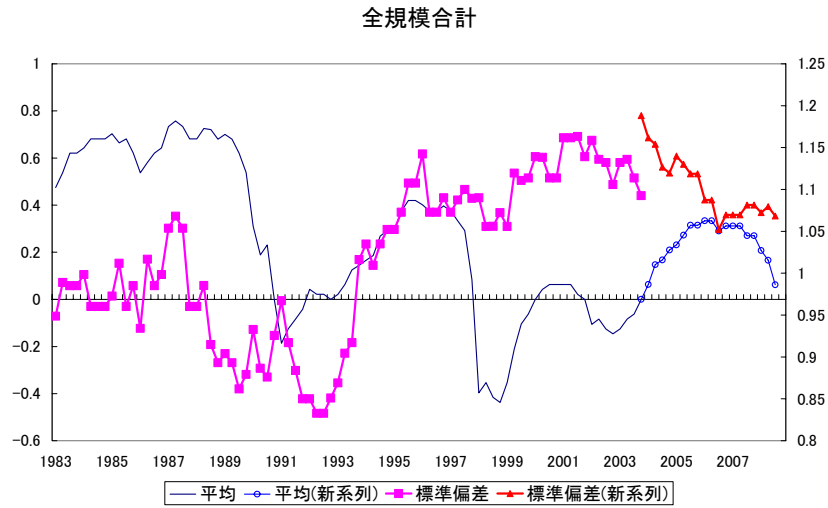
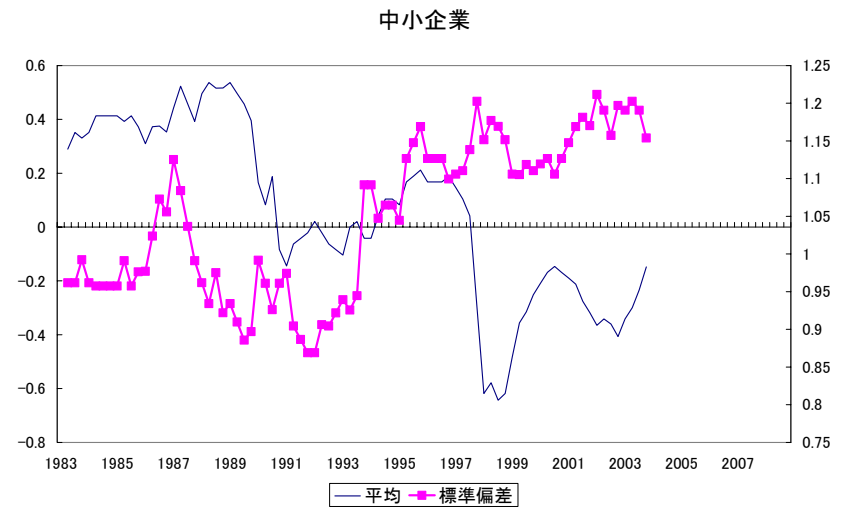
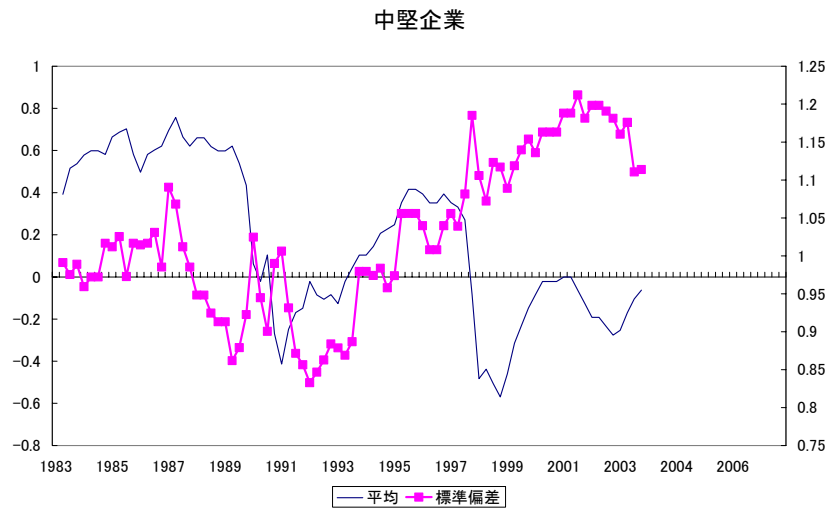
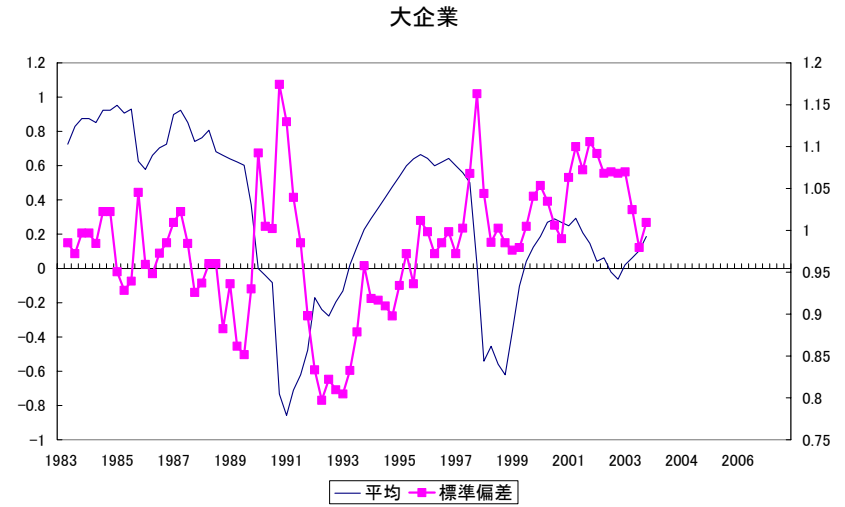
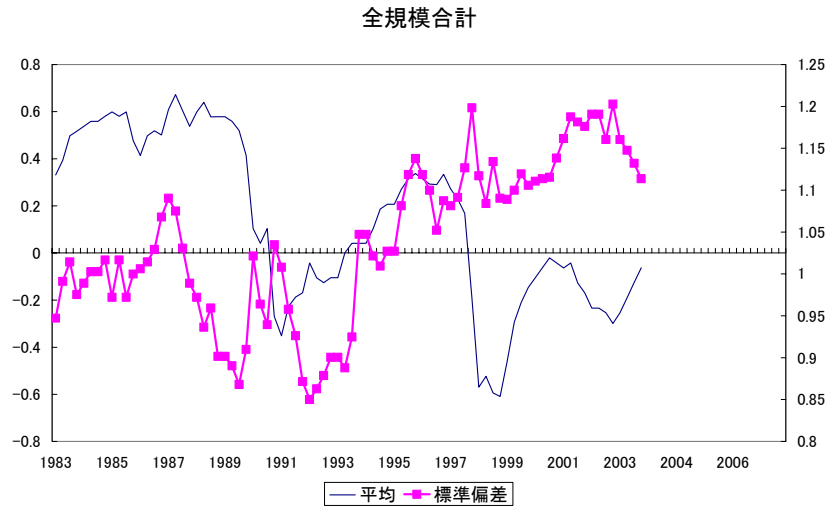


図5：短観・貸出態度・先行き、平均と標準偏差の推定値



3 金融仲介とマクロ経済学：近年の展開

銀行の入ったマクロモデルは、近年の確率的動学一般均衡モデルに限ると、比較的数が限られてくる。大きく分けて2つの流れを指摘することができる。

第1が資本市場の不完全性を取り入れたタイプのモデルである。代表的なものとしては Bernanke, Gertler and Gilchrist (1999)の”financial accelerator”のモデルや Carlstrom and Fuerst (1997), Kato (2007)が挙げられる。これらのモデルにおいては貸手がコストをかけないと借手の生産物を観察できない、という仮定によりエージェンシー・コストの発生を説明する。この流れに属する研究のうち、本論文との関係で特に注目すべきは Christiano, Motto and Rostagno (2003)である。

この論文は大恐慌の原因を銀行部門の入ったニューケインジアン的モデルを推定することで明らかにしようとするものである。注目すべきは、本論文と同様に、流動性預金と定期性預金と呼ばれる2種類の預金がモデルに導入されていることである。彼らのモデルでは流動性預金とはある期の初めに預金者が銀行に預け入れ、期末に払い戻しが行われるタイプの預金である。その間には確率的ショックは起こらない。定期性預金とはある期の末から次の期の末まで保有しなくてはならない預金であり、その間には確率的ショックが発生する。家計は流動性預金からは効用を得るが定期預金からは効用は発生しない。流動性預金は銀行の生産関数に従って生産されると想定されており、銀行は生産要素として資本、労働だけではなく銀行の超過準備も用いて預金生産を行うものと定式化されている。本論文との一つの大きな違いは、彼らのモデルでは流動性預金は企業の運転資金の貸出に回され、定期預金は設備投資資金の貸出に回されると想定していることである。エージェンシー・コストは後者のタイプの貸出について発生する。よってこの2種類の預金は完全に分離されたものであり、あたかも流動性預金を受け入れる銀行と定期預金を受け入れる銀行の2つがばらばらに存在するがごとくである。これに対し、本論文のモデルでは後に見るように流動性預金も定期預金も同じ用途に使われることを排除していない。

Christiano らのモデルでは金融仲介に関係する5種類のショックが取り扱われている。これらは(i) 銀行超過準備の生産性に関わるショック、(ii) 現金のもたらず流動性と流動性預金のもたらずその間の相対的重要性に関わるショック、(iii) 現金・流動性預金のもたらず流動性の総和に関わるショック、(iv) 設備資金

の借手の個別ショックの分散に関するショック⁸, (v) 設備資金の借手の資産を破壊するショックに分類される. このうち(i), (ii), (iii)は本論文で言うところの不確実性の増大に直面した家計の流動性預金・国債に対する需要の増大を表していると解釈することも可能かも知れない. しかし彼らはそのようなことが生じるメカニズムを明示的にモデル化しているわけではなく, これらを単に確率ショックとして外生的に与えているだけである. この点が本論文に比べ不十分な点である. また(iv)は限定的な意味で不確実性の増大に対する銀行の対応を捉えているが, その影響は間接的に(金利を通じて)しか家計に波及しない.

第 2 の流れは第 1 のものと比べてあまり広く知られていないが, Goodfriend (2005), Goodfriend and McCallum (2007)に代表される, 銀行部門をニューケインジアンモデルに組み込んで金融政策におけるマネー(内部貨幣)の重要性を再認識しようとするものである. そこでは Christiano らのモデルで明示的に取り扱われた資本市場の不完全性は意識されてはいるが, 直接モデルに入ってくる. その代わりに銀行部門の貸出生産関数が定式化される. そこでのインプットは銀行職員の(借り手のモニタリングのための)努力水準と, 借り手から受け入れる担保の額である. 担保は国債と借り手の資本ストックからなり, これらの和が直接生産要素として扱われる. 金融仲介に対するショックとしては銀行の生産性に対するショックが取り上げられ, 中央銀行がこれを無視した政策を行ったときのコストが議論されている. 関連した文献として Canzoneri, Cumby, Diba, and López-Salido (2008)を挙げることができる.

本論文がこれらの既存文献と決定的に違うのは, 経済全体の不確実性増減が預金行動, 貸出行動, 生産に与える影響を分析していることである. 上述のように Christiano らは複数の外生的ショックを金融仲介部門に与えることである程度この問題に触れていると解釈することもできなくはないが, 本論文は不確実性増加の源泉を企業の生産性の分散の増加という単一の事象に特定化し, それに対する家計・銀行の最適行動パターンの変化を同時に内在的に導いている点においてまったく新しいといえる. それを可能にしているのが次節で紹介する新しい分析手法の採用である.

⁸ 彼らは設備資金市場のモデル化に Bernanke, Gertler and Gilchrist (1999)を使っている. その巧妙な点は線形の効用関数を持つ企業家(借り手)の存在というやや ad hoc な仮定を置くことで, 借り手の個別ショックの分散の変動が貸出金利の水準の変動を通じてのみ経済に影響を与える形にしていることである.

4 本論文で用いられている手法について

本論文の手法面での貢献は、動学的最適化の手法の一つである Markovian Jump Linear Quadratic (MJLQ)アプローチを拡張して、独占的競争や外部性の存在などで市場が失敗するケースにおける市場均衡の導出に使えるものにしたことにある。本節の目的は MJLQ アプローチを解説しそれをどのように拡張したかを明らかにすることであるが、このアプローチは動学的最適化問題の 1 つの有力な解法として確立している Linear Quadratic (LQ)動的計画法を拡張したものであるので、ここから説明を始めたい。

[1] Linear Quadratic 動的計画法

この手法については Ljungqvist and Sargent (2004)第 5 章などに詳しい。時間を通じた最適化問題を解こうとしているある経済主体を考える。この問題には「状態変数」つまりその値を前期から引き継ぐタイプの変数が m 個あり⁹、「操作変数」つまり今期その値を自由に選ぶことができるタイプの変数が n 個あるとする¹⁰。そしてこの主体の「目的関数」 V がこれらの変数に関して次のような 2 次形式で表されるものとしよう¹¹。

$$\text{Max } V_t \equiv -\sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \cdot [x_t' \ u_t'] \cdot W \cdot \begin{bmatrix} x_t \\ u_t \end{bmatrix} \quad (1)$$

ただし β は割引因子(0 と 1 の間の値をとる), x_t は状態変数のベクトル($m \times 1$) (ただしこのベクトルの第 1 項は「1」である), u_t は操作変数のベクトル($n \times 1$), W は対称な正定値行列であり以下のような構造をもつ:

$$W \equiv \begin{bmatrix} Q & N \\ N' & R \end{bmatrix} \quad (2)$$

である。ここで Q は($m \times m$), N は($n \times m$), R は($n \times n$)の行列である。状態変数 x_t がある期から次の期にかけてどのように推移していくかを表す式を「遷移式」

⁹ たとえば経済学でよく取り上げられる、ある企業にとっての最適な資本蓄積パターンを求めるような問題を考えよう。このとき、状態変数とは典型的にはこの企業が今年度初に所有していた機械設備である。

¹⁰ 前の脚注で取り上げた問題に関して言えば、操作変数とは典型的にはこの企業が今年度中に行う設備投資である。

¹¹ 企業の資本蓄積問題では、目的関数は典型的には利潤の割引現在価値である。

と呼ぶが、ここではこの式が次のような線形の形をとるとする。

$$x_{t+1} = A \cdot x_t + B \cdot u_t \quad (3)$$

ただし行列 A は $(m \times m)$ 、行列 B は $(m \times n)$ である。このように目的関数が 2 次 (Quadratic) で遷移式が 1 次 (Linear) であることがこの手法の名前の由来となっている。実際にわれわれがよく目にする経済モデルでは以上のような仮定は必ずしも成り立たないので、あるポイントを定めてその周りで目的関数を 2 次近似、遷移式を 1 次近似することになる¹²。なお、ここでは確率的な要素が存在しない問題を考えているが、あとで見るように確率ショックをある形で導入した場合にも以下の解法は有効である。

ここでの最終目的は「政策関数」つまり状態変数の値が与えられたときに、現在の選択が将来に及ぼす影響まで考慮した上で、どのような操作変数の値をいま選ぶのが最適になるかという、いわば経済主体の行動パターンを表す式である¹³。Linear Quadratic 問題の場合この関数は線形になることが知られている。

$$u_t = P \cdot x_t \quad (4-1)$$

ただし P は $(n \times m)$ 行列である。この P を求めるためには「価値関数」つまり式 (1) の左辺の目的関数の値を状態変数の関数として表したものを¹⁴を求めればよいことを示せる。Linear Quadratic 問題の場合、価値関数は状態変数ベクトルに関して 2 次形式をとることを示すことができる。つまり、

$$V_t = x_t' \cdot V \cdot x_t \quad (4-2)$$

と書けることが知られている。ただし V は $(m \times m)$ 行列である。したがってこの行列 V が求まれば事実上問題は解けたことになる。さて、この V については Ricatti 方程式と呼ばれる次の式が成り立つことを示すことができる。

$$V = Q + \beta A'VA + K'JK \quad (5)$$

ただし $J \equiv R + \beta B'VB$ 、 $K \equiv N' + \beta B'VA$

この式は右辺にも V が入っているので陽表的に解を求めることはできない。し

¹² 「あるポイント」と書いたが典型的にはモデルの定常状態を求めてその周りで近似を行う。

¹³ 企業の資本蓄積問題で言えば、今年度初に持っていた機械設備がある値をとっていたら今年度中はこれだけ設備投資を行うのが最適だ、という関係を教えてくれる式のことである。

¹⁴ 企業の資本蓄積問題で言えば、今年度初にある量の機械設備をとっていたら、(その後企業が最適に行動するとして)その時点における企業の価値、つまり利潤の割引現在価値はこれだけになるはずだ、という関係を表す式である。

かし計算機を用いて Iterative に収束計算で解くことが可能である。

この手法は簡便ではあるが本論文の問題意識には応えることができない。本論文で問いたいのは、「ショックの分散が拡大すると人々の行動パターンはどのように変化するだろうか？」という疑問である。ところが Linear Quadratic アプローチに確率的要素を導入してもこの疑問には答えられない。その理由は次の通りである。上記の解法を確率的なケースにほぼそのままの形で拡張できるためには、確率的な項は遷移式に足し算の形で（「加法的に」）入れる必要があることが知られている。これはつまり式(3)を次のように変更することである。

$$x_{t+1} = A \cdot x_t + B \cdot u_t + e_t \quad (3')$$

ただし e_t はある確率分布に従う変数である。このとき、政策関数(4-1)に出てくる行列 P は e_t がいない場合とまったく同じであることが知られている。これを「確実性等価」(certainty equivalence)の性質という。この性質は問題を解く上では便利なのだが、要するに「確率的なショックがあってもなくても人々の行動パターン（つまり行列 P ）は変わらない」と言っているに他ならない。ということは、当然、確率的なショックの分散がどんなに大きくてもやはり人々の行動パターンは変わらないということになってしまう。したがって上記のようなこの論文の問題意識は手法上の都合によって初めから門前払いされてしまうことになる。なお、動学的問題を解く際によく使われるもう一つのアプローチとして、まず経済主体の最適化の 1 階条件と均衡条件を求めて、しかる後にこれらを定常状態の周りで対数線形近似するというアプローチを挙げることができる。しかしこの手法についても上とまったく同じ性質が成り立つことが知られている。

よってこの論文の問題意識を追及するためには、たとえば式(3')の係数行列 A や B が確率的に変化する事態を想定しなくてはならない。つまり不確実性が状態変数や操作変数に対して掛け算の形で（「乗法的に」）入ってくるようなモデルを考える必要がある^{15,16}。しかし、このときには伝統的な Linear Quadratic アプロー

¹⁵ たとえば企業の資本蓄積問題において、状態変数が企業の機械設備であり、企業の生産性が確率的に変化するようなケースを考えよう。このとき不確実性が「乗法的」であるとは、例えば生産量が生産性「掛ける」機械設備の量といった形で決まっていることを指す。そのような想定は充分現実的だと考えられる。

¹⁶ 乗法的ショックを取り扱った古典的業績が Brainard (1967)である。この論文は金融政策当局にとって民間経済を記述するモデル式に含まれる係数の値が確実にわからないという意味での乗法的な不確実性下にあるとき、金融政策当局の最適行動はそのような不確実性のない場合と比べてより慎重なものになることを

チは使えないことになってしまう。

[2] Markovian Jump Linear Quadratic アプローチ

このアプローチは上記の考え方を経済が複数の状態(state, ないしはこの分野ではしばしば mode と呼ばれる)の間をある決まった推移確率に基づいて確率的に推移する, つまりマルコフ過程に従うケースに拡張するものである¹⁷. ここでは最も説明が明瞭な Svensson and Williams (2007)に基づいて概説する. 経済が取りうる状態の数が(1, 2, ..., J)だけあるとしよう. これら状態間の推移確率行列を $[P_{j,j'}]$ と書くことにしよう (ただし $1 \leq j, j' \leq J$). ある経済が t 期にいる状態を jt と書くことにし, 目的関数が次のように書けるとする.

$$\text{Max } V_t \equiv -\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \cdot E_0[x_t' \ u_t'] \cdot W_{jt} \cdot \begin{bmatrix} x_t \\ u_t \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\text{ただし } W_{jt} \equiv \begin{bmatrix} Q_{jt} & N_{jt} \\ N_{jt}' & R_{jt} \end{bmatrix} \quad (7)$$

各行列の性質やサイズは前小節と同じであるが, すべてに状態を表す jt が付されている点に注意しよう. つまりこのアプローチでは状態ごとに目的関数の形状が変化することが許容されている. 遷移式は次のように書けるものとする.

$$x_{t+1} = A_{jt+1} \cdot x_t + B_{jt+1} \cdot u_t \quad (8)$$

ここでも遷移式の係数行列が状態に依存することが許容されている. この時, 価値関数は次のように表すことができ

$$V_t(x_t, jt) = x_t' \cdot V_{jt} \cdot x_t \quad (9)$$

各状態に対応する行列 V_{jt} の間には次の式が成立する.

論じている.

¹⁷ たとえば企業の生産性が「高」「低」という二つの状態を行き来するとする. 今期「高」だったとき来期も「高」になる確率は90%, 「低」になる確率は10%だとする. 今期「低」だったとき来期「高」になる確率は20%, 「低」にとどまる確率は80%だとする. このとき「推移確率行列」は

$$\begin{pmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.2 & 0.8 \end{pmatrix}$$

となる. このように, このモデルの特徴は状態間の推移確率があらかじめ与えられていること, 言い換えれば経済が来期ある状態にいる確率が今期の状態だけで決められると考えているところにある.

$$\begin{aligned}
V_{jt} &= Q_{jt} + \beta E_t A_{jt+1}' V_{jt+1} A_{jt+1} + K_{jt}' J_{jt} K_{jt} \\
&\text{ただし} \\
J_{jt} &= R_{jt} + \beta E_t B_{jt+1}' V_{jt+1} B_{jt+1} \\
K_{jt} &= N_{jt}' + \beta E_t B_{jt+1}' V_{jt+1} A_{jt+1}
\end{aligned} \tag{10}$$

ここから、状態ごとの価値関数の形状を決定する行列 V_j がお互いに影響を及ぼしあう構造をしていることがわかる¹⁸。Svensson and Williams はこのいわば「連立 Ricatti 方程式」を繰り返し計算によって Iterative に解く方法を提案している。

このアプローチは本論文のように「ショックの分散が拡大すると人々の行動パターンはどのように変化するだろうか？」という問題を分析するのにより適している。なぜなら遷移式の係数行列などが確率的に変化する可能性を考慮していることによって、先に述べた「乗法的」な形の不確実性を許容しているからである。このとき、不確実性の度合いが変わることによって政策変数、つまり人々の行動パターンが影響を受けることになり¹⁹、その変化を分析することで本論文の問題意識に応えることができる。

この手法を応用した経済学の文献はまだ数が少なく、現時点(2008年11月)で公開されているのは筆者が知る限り do Val and Başar (1999), Zampolli (2006), Svensson and Williams (2008)のみである。do Val and Başar 論文は伝統的マクロ・モデルに方程式の係数が確率的に変化する可能性を導入し、最適な政策を求めている。Svensson and Williams 論文は後に見る彼らの2007年論文の応用である。Zampolli 論文は為替レートの変動方程式が2つのレジームをある推移確率で行き来するという状況の下での最適金融政策を MJLQ を使って求めている。Zampolli が最適化の制約式に Backward looking な変数しか考慮していなかった²⁰

¹⁸これは式(10)を推移確率を用いて書き直すと次のように書けることによる。

$$\begin{aligned}
V_{jt} &= Q_{jt} + \beta \sum_{j'=1}^J P_{jt,j'} \cdot A_{j'}' V_{j'} A_{j'} + K_{jt}' J_{jt} K_{jt} \\
J_{jt} &= R_{jt} + \beta \sum_{j'=1}^J P_{jt,j'} \cdot B_{j'}' V_{j'} B_{j'}, \quad K_{jt} = N_{jt}' + \beta \sum_{j'=1}^J P_{jt,j'} \cdot B_{j'}' V_{j'} A_{j'}
\end{aligned}$$

¹⁹例えば仮に、企業の資本蓄積問題で、設備の生産性がある推移確率行列に基づいて変化すると仮定すれば MJLQ アプローチを応用できる。例えば生産性が式(8)の推移式における A_{jt+1} 行列に入り、状態変数 x_t に機械設備が含まれると考えれば、確率的に変動する生産性が機械設備と掛け算の形で入ってくるようなモデル(よって企業の投資決定がショックの分散に影響されるようなモデル)も難なく取り扱えることになる。

²⁰同様の仮定は本節の解説でも置かれている。また、次節以降のモデル分析を

のに対し、Moessner (2005)では金融政策当局がハイブリッド型の New Keynesian フィリップス曲線を制約式として(したがって Forward looking な要素が制約式に入ってくる)、最適金融政策を導いている。Svensson and Williams (2007)はこの手法を最も包括的な形で取り扱っており、そこでは経済主体が現在の mode を直接観察できない場合の最適化問題が取り扱われている²¹。彼らはこの手法を正しい経済モデルがわからない状況下での最適金融政策の導出に応用している。この論文でもうひとつ特筆すべきは Williams がホームページで matlab コードを公開していることである。本論文の分析も部分的に彼のコードを活用している。以上の論文はいずれも最適金融政策の問題を解くために MJLQ を応用している。本論文は乗法的不確実性下の複雑な均衡モデルを解くためにこの手法を活用しようとする(筆者が知る限り)初めての試みである。

[3] 資源配分にゆがみがある場合の Linear Quadratic アプローチ

以上の分析はすべてある経済主体の最適化問題を解くためのものであった。ここでの目的はこれを一步進めて均衡解を導出しようというものである。完全競争市場モデルにおいては均衡条件の導出を社会的計画者の最適化問題の解に帰着できるから、これまで見た手法をそのまま応用できるであろう。しかし興味深い経済モデル、特に金融に関係したものは往々にしてそのようなモデルからの乖離を要請する。例えば外部経済が重要な役割を果たすモデルや、独占的競争のモデルがこれに該当する。そのようなケースに Linear Quadratic アプローチを拡張したのが McGrattan (1994)であった。彼女は次のような問題を考察した。まず各個人の目的関数は通常の LQ 問題と同じとする。一方、制約式は

$$x_{t+1} = A \cdot x_t + B \cdot u_t + C \cdot z_t \quad (11)$$

という形で与えられる。ここで z_t は各個人が所与とみなす変数のベクトル ($l \times 1$) であり、 C は $(m \times l)$ 行列である。 z_t に入る変数の例としては経済全体の平均的投資額や、全企業の平均的な設定価格水準といったものが考えられる。さらに均衡においては次のような関係が成り立たなくてはならない。

$$z_t = \Theta \cdot x_t + \Psi \cdot u_t \quad (12)$$

こういった関係式の例としては、全ての企業が同質的な経済の対称均衡では

通して、やはり同様の性質が保たれている。

²¹ これに対し本論文の分析では人々は現在の mode を知ることができると前提されている。

個々の企業が選ぶ投資（あるいは価格）水準は経済全体の平均と一致しなくてはならない，といった均衡条件式を挙げることができる．McGrattan は LQ アプローチの拡張によってこのような問題の解をいわば「拡張型 Ricatti 方程式」を解くことで求めることができることを示している．

[4] MJLQ と McGrattan アプローチの統合

本論文では[2]で見た MJLQ アプローチと McGrattan のアプローチを統合し，以下のような制約式を考える．

$$x_{t+1} = A_{j,t+1} \cdot x_t + B_{j,t+1} \cdot u_t + C_{j,t+1} \cdot z_t \quad (13)$$

McGrattan のアプローチとの違いはすべての係数行列が mode に依存した形で書かれていることである．この場合の解はいわば「連立・拡張型 Ricatti 方程式」を解くことで求められることを示すことができた．本論文はこの新しい統合アプローチを活用し，乗法的ショックの分散が拡大したときの動学的一般均衡の変化を分析しようとするものである．

5 1 資産モデル (1) モデルの設定

本節以降ではモデルを構築し，その解を上記の統合アプローチによって求め，結果を解釈していく．当面は流動的，非流動的の区別は導入せず，1 種類の預金，1 種類の貸出からなる単純化された経済を考える．

時間は離散的である．家計，銀行，企業，政府からなる伸縮価格閉鎖経済を考える．財の種類は 1 種類であり，すべての価格は財の単位で表される．簡単化のために労働は捨象する（あるいは，一定と考えてもよい）．本稿は経済の貨幣的側面を検証する物ではないので，貨幣は簡単化のために捨象する．家計の数は J で一定であり，同数の銀行，企業が存在する．各家計はそれぞれ 1 つの銀行を所有している．一方で，各企業の所有権は全家計に均等に配分されている．家計は期初の時点で資産(前期から持ち越された財)を所有しているが，生産手段をもたない．企業だけが生産を行う技術を持っており，彼らは家計から供給される財(資本財)をインプットとして新たな財の生産を行う．しかし家計から直接企業に資本財の貸出を行うことはできず，銀行が介在する必要がある．すなわち家計は銀行に財を預金の形で預け，銀行はそれを貸出の形で企業に供給し，企業はこれをもとに生産を行う．期末において生産物は企業利潤の分配として，

あるいは銀行経由で預金の元利払という形でないしは銀行利潤の分配として、すべて家計に分配される。家計はその一部を消費に回し、また一部を自分が所有する銀行の自己資本の増強に当て、税を支払い、残りを来期の資産として持ち越す。家計は消費のほかに銀行預金をもたらす流動性サービスからも効用を得ると仮定する。家計・銀行の資産保有手段としてはこの他に政府が発行する国債が存在する。国債価格は市場で決定される。政府は国債を売って得た収入で政府消費を行い、期末には税を徴収することで国債の元本と利子を支払う。国債は直接には家計の効用に影響しないものとする。

企業の生産性は後述する確率過程に従って変動する。このため銀行貸出のリターンには不確実性が存在する。家計が銀行預金から得る効用水準は銀行の経営状態の関数と仮定する。このとき銀行経営状態に関する不確実性は預金のインセンティブにも影響することになる。

[1] (代表的) 家計

家計の数は J であるが、それらはすべて同質的であると仮定する。よって均衡では全家計が同じ行動をとる。ここではある家計 i を代表として取り上げてモデルを説明する。この家計は t 期初に $Asset_{i,t}$ だけの財を所有しているとしよう。家計は期末にしか消費することができない。家計は期中に自分で財を貯蔵する能力を持たないと想定する。したがって家計は財を「運用」する必要がある。運用手段としては銀行預金と国債の2つがある。国債価格は1であり、ネットの国債金利を r_t^B 、グロスの金利を $R_t^B \equiv 1 + r_t^B$ とするとこれらの値は期初で確実に知られている。この家計が購入する国債の量を $B_{i,t}^H$ とする。

銀行預金をもたらす流動性サービスは銀行ごとに差別化されているものとする。このため、家計はすべての銀行に預金を預けることになる。この家計が銀行 j に預ける預金を $D_{i,j,t}$ とする。家計の総効用は每期得る効用の期待値を割り引いたものの和で与えられ、毎期の効用は消費 $C_{i,t}$ から得る効用 $U^C(C_{i,t})$ と預金から得る効用 $U^D(D_{i,t})$ の和によって与えられる。具体的には次の様な形状を仮定する。

$$U_{i,0} = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [U^C(C_{i,t}) + U^D(D_{i,t})] \quad (14-1)$$

$$\text{ただし } U^C(C_{i,t}) = \frac{1}{1 - a_H} (C_{i,t})^{1 - a_H}, \quad (14-2)$$

$$U^D(D_{i,t}) = b_D \left\{ \left[\sum_{j=1}^J \tilde{\theta}_{j,t} \cdot (D_{i,j,t})^{(\eta-1)/\eta} \right]^{\eta/(\eta-1)} \right\}^{a_D} \quad (14-3)$$

である。なお(14-3)左辺括弧内の $D_{i,t}$ は預金総額を表しており、後で正確に定義をされる。各パラメーターは次の条件を満たす。

$$1 > \beta > 0, \eta > 1, a_H > 0, 1 > a_D > 0, b_D > 0$$

また $\tilde{\theta}_{j,t}$ は第 j 銀行の経営状態が同銀行に対する預金から得る効用水準に影響することを表す変数であり、次の形状を取る：

$$\tilde{\theta}_{j,t} = b_\theta \left(\frac{N_{j,t}}{K_{j,t}} \right)^{a_\theta} \cdot [m \cdot \tilde{Y}_{j,t}]^{c_\theta} \quad (14-4)$$

ただし $1 > a_\theta > 0, b_\theta > 0, 1 > c_\theta > 0$ である。ここで $K_{j,t}$ は第 j 銀行の貸出を、 $N_{j,t}$ は同銀行の自己資本を表す。よって上式は貸出に対する自己資本比率が高い銀行ほど（預金者に安心感を与え）高い預金効用をもたらすことができることを表している²²。一方、 $m \cdot \tilde{Y}_{j,t}$ については本節[4]で詳述するが、銀行が貸出から得るリターンである。上式は高いリターンを得られる銀行ほど（預金者に安心感を与え）高い預金効用をもたらすことができることを表している。

家計の同時点内の予算制約式は

$$Asset_{i,t} = \sum_{j=1}^J D_{i,j,t} + B_{i,t}^H \quad (15-1)$$

と書ける。家計の異時点間の予算制約式は

$$Asset_{i,t+1} = \sum_{j=1}^J R_t^j D_{i,j,t} + R_t^B \cdot B_{i,t}^H - tax_t + \tilde{\Pi}_t^F + \tilde{\Pi}_t^B - C_{i,t} - I_{Ni,t} - ADJ_{Ni,t} - Cost_{i,t}^D \quad (15-2)$$

である。ここで、 R_t^j は第 j 銀行に対する預金につく（グロス）金利、 tax_t は t 期末に課される一括固定型(Lump sum)の税、 $\tilde{\Pi}_t^F$ は企業利潤の家計に対する分配、 $\tilde{\Pi}_t^B$ は銀行利潤の家計に対する分配、 $I_{Ni,t}$ はこの家計が所有する銀行に対する自

²² この設定については、預金保険によって大半の預金カバーされていれば、預金者は自己資本の大きさを気にしないのではないかと、という批判がありうる。しかし内野 (2008)によれば、たとえ預金カバーされていたとしても、破綻銀行の預金者は(すぐに預金を引き出せないなどの形で)大きな不便を被りうる。

己資本の増強である． $ADJ_{Ni,t}$ は銀行自己資本を変化させるときに発生する調整費用である． また $Cost_{i,t}^D$ は預金残高を維持するためのコストであり，

$$Cost_{i,t}^D = \frac{\gamma_D}{2} \cdot (D_{i,t})^2, \quad \gamma_D > 0 \quad (15-3)$$

で表される． (15-1)と(15-2)を合わせると，

$$Asset_{i,t+1} = R_t^B Asset_{i,t} - DX_{i,t} - tax_t + \tilde{\Pi}_t^F + \tilde{\Pi}_{i,t}^B - C_{i,t} - I_{Ni,t} - ADJ_{Ni,t} - Cost_{i,t}^D \quad (15-4)$$

$$\text{ただし, } DX_{i,t} \equiv \sum_{j=1}^J R_t^{Bj} D_{i,j,t} \quad (\text{「預金に対する総支出」}), \quad (15-5)$$

$$\text{なお, } R_t^{Bj} \equiv R_t^B - R_t^j \quad (\text{国債・預金金利差}), \quad (15-6)$$

と書ける． なお， t 期初の時点で， $\tilde{\theta}_{j,t}$, $\tilde{\Pi}_t^F$, $\tilde{\Pi}_{i,t}^B$ は未知である．

[2] 同時点内の預金の最適配分

預金支出総額 $DX_{i,t}$ を所与とした下での各銀行への預金 $D_{i,j,t}$ ($j=1,2,\dots,J$) の配分の問題を考える． あとで見るように， このモデルでは $\tilde{\theta}_{j,t}$ は確率的ではあるが， 確率的部分は全銀行共通である． そこで次のように書くことができる：

$$\tilde{\theta}_{j,t} = \hat{\theta}_t \cdot \theta_{j,t} \quad (\hat{\theta}_t \text{ は確率変数}). \quad (16)$$

このとき，

$$E_t U(D_{i,t}) = E_t \left(\hat{\theta}_t^{\eta/(\eta-1)} \right)^{\alpha_D} \cdot b_D \left[\sum_{j=1}^J (\theta_{j,t} \cdot D_{i,j,t}^{(\eta-1)/\eta})^{\eta/(\eta-1)} \right]^{\alpha_D} \quad (17)$$

となる． ただし， 本稿において， E_t は t 期初時点で形成される予想を表すものとする． これを用いると預金配分の問題は

$$\text{Max } u_{it}^D \equiv \left[\sum_{j=1}^J \theta_{j,t} \cdot D_{i,j,t}^{(\eta-1)/\eta} \right]^{\eta/(\eta-1)}, \quad \text{s.t. } DX_{i,t} \equiv \sum_{j=1}^J R_t^{Bj} D_{i,j,t} \quad (18)$$

と書け， 確率的な要素は排除できる． これを解くと，

$$D_{i,j,t} = \theta_{j,t}^\eta \left[\frac{R_t^{Bj}}{\hat{R}_t^{BD}} \right]^{-\eta} \frac{DX_{i,t}}{\hat{R}_t^{BD}} \quad (19-1)$$

ただし，
$$\hat{R}_t^{BD} \equiv \left[\sum_{j=1}^J \theta_{j,t}^\eta \cdot (R_t^{Bj})^{1-\eta} \right]^{1/(1-\eta)}. \quad (19-2)$$

このように，差別化された預金市場において個別銀行が直面する需要関数(19-1)は文献でよく見られる差別化された財市場における需要関数と類似の形となる．

[3] 異時点間の最適化問題の書き換え

以上の結果と銀行の同質性より，家計の異時点間の最適化問題を銀行のインデックス j が現れない形に書き直すことができる．まず，均衡ではすべての銀行が同じ行動をとることから，

$$\hat{R}_t^{BD} \equiv \left[\sum_{j=1}^J \theta_{j,t}^\eta \cdot (R_t^{Bj})^{1-\eta} \right]^{1/(1-\eta)} = J^{1/(1-\eta)} \theta_t^{\eta/(1-\eta)} R_t^{Bd} \quad (20)$$

ただし全ての j について $\theta_t = \theta_{j,t}$ かつ $R_t^{Bd} = R_t^{Bj}$ のように j が出てこない形に直せる．また， $DX_{i,t}$ の定義と銀行の同質性より，

$$DX_{i,t} \equiv \sum_{j=1}^J R_t^{Bj} D_{i,j,t} = R_t^{Bd} D_{i,t} \quad \text{但し } D_{i,t} \equiv \sum_{j=1}^J D_{i,j,t} \quad (21)$$

であり，ここから最終的に預金に関する効用は

$$U^D(D_{i,t}) = b_D \left\{ J^{1/\eta} \cdot \tilde{\theta}_t^{(\eta-1)/\eta} \cdot D_{i,t} \right\}^{a_D} \quad \text{但し } \tilde{\theta}_t = \tilde{\theta}_{j,t} \text{ (全ての } j \text{ につき)} \quad (22)$$

となる．また(21)を(15-4)に代入すると異時点間の予算制約式は次のようになる．

$$Asset_{i,t+1} = R_t^B Asset_{i,t} - R_t^{Bd} D_{i,t} - tax_t + \tilde{\Pi}_t^F + \tilde{\Pi}_t^B - C_{i,t} - I_{Ni,t} - ADJ_{Ni,t} - Cost_{i,t}^D \quad (23)$$

[4] 個別銀行の利潤と銀行経営のコスト

家計 i が所有する銀行 i が受け入れた預金の総額を $X_{i,t}$ と書くことにしよう(本稿では家計が「預け入れる」預金を記号 D で表し，銀行が「受け入れる」預金を X で表すことによって両者を誤解ないように区別するがもちろん均衡では両者は等しい)．この銀行が直面する預金需要関数は(19-1)より

$$X_{i,t} = \theta_{i,t}^\eta \left[\frac{R_t^{Bi}}{\hat{R}_t^{BD}} \right]^{-\eta} \frac{J \cdot DX_t}{\hat{R}_t^{BD}}, \quad \text{但し } DX_t \equiv \sum_{j=1}^J DX_{j,t} / J \quad (19-1')$$

のように国債・預金金利差に対して右下がりの形状をしている一方， $\theta_{i,t}$ の項を通じて銀行行動の影響を受ける．銀行は預金 $X_{i,t}$ を貸出 $K_{i,t}$ と国債保有 $B_{i,t}^B$ に振り向ける．この銀行から貸出を受けた企業の生産関数を次のように定式化する．

$$\tilde{Y}_{i,t} = \tilde{A}_t \cdot (K_{i,t})^\alpha, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (24)$$

ここで $\tilde{Y}_{i,t}$ はこの銀行から貸出を受けた企業の生産量を表している。また \tilde{A}_t は経済全体の生産性であり、確率変数である（本稿では企業特殊的な不確実性は考えないことにしているのので、この変数は全企業に共通である）。その値は t 期初時点では知られていないものとする。銀行はこの生産物および元本から資本減耗分を差し引いたもののうちある一定割合（これを m で表す、 $0 < m < 1$ である）を貸出のリターンとして得ることができると考える²³。残りの $1-m$ は企業の利潤となる。よって、この銀行の利潤を $\tilde{\Pi}_{i,t}^B$ と書くことにすると、

$$\tilde{\Pi}_{i,t}^B = m \cdot \left[\tilde{A}_t \cdot (K_{i,t})^\alpha + (1 - \delta_K) K_{i,t} \right] + R_t^B \cdot B_{i,t}^B - R_t^i \cdot X_{i,t} - Cost_{i,t}^B \quad (25-1)$$

ここで $0 < \delta_K < 1$ は資本減耗率である。ただし (25-1) における $Cost_{i,t}^B$ は預金受け入れと貸出に伴う費用であり、次のように定式化する：

$$Cost_{i,t}^B = b_C \cdot X_{i,t}^{1+a_C} + b_K \left(\frac{K_{i,t}}{X_{i,t}} \right)^{a_K} \cdot K_{i,t}, \quad a_C > 0, b_C > 0, a_K > 0, b_K > 0. \quad (25-2)$$

(25-2)の第1項は預金受け入れ額が増すとそれだけ維持コストがかかることを表している。第2項は貸出のコストは貸出額の増加関数であると同時に預金受け入れ額の減少関数となることを表している。これは預金を貸出生産のインプットとしてとらえ、銀行にとって貸出の原資である預金の額が多いほど貸出をスムーズに生産できるはずだという考え方を表している。さらに $X_{i,t} = K_{i,t} + B_{i,t}^B$ より、(25-1)は

$$\tilde{\Pi}_{i,t}^B = R_t^{Bi} \cdot X_{i,t} + \left\{ m \cdot \left[\tilde{A}_t \cdot (K_{i,t})^\alpha + (1 - \delta_K) K_{i,t} \right] - R_t^B \cdot K_{i,t} \right\} - Cost_{i,t}^B, \\ \text{ただし } R_t^{Bi} \equiv R_t^B - R_t^i \quad (25-1')$$

²³ この定数 m については2種類の解釈が可能である。第1はいったん貸出の交渉に入ってしまうと銀行と企業は双方独占の状態となり（すなわちいったんある相手とマッチされてしまうともはや他の企業・他の銀行と交渉を行うことができなくなり）ナッシュ交渉解が成立するという解釈である。第2は銀行は企業の生産物のうちある一定割合しかその存在を第三者に対して立証することができず、その分だけが銀行の取り分となるという考え方である。

となる。一方，この銀行から貸出を受けた企業の利潤を $\tilde{\Pi}_{i,t}^F$ とすると，

$$\tilde{\Pi}_{i,t}^F = (1-m) \cdot \left[\tilde{A}_t \cdot (K_{i,t})^\alpha + (1-\delta_K)K_{i,t} \right]. \quad (26)$$

[5] 個別銀行自己資本の推移

家計 i が保有する銀行の t 期初における自己資本 $N_{i,t}$ は次のように推移する。

$$N_{i,t+1} = (1-\delta_N)N_{i,t} + I_{N,i,t} \quad (27)$$

ここで δ_N は銀行自己資本の減耗率であり0と1の間の定数である。また銀行自己資本を変化させるときの調整費用については次のように仮定する：

$$ADJ_{N,i,t} = \frac{b_{ADJ}}{2} \left(\frac{N_{i,t+1} - N_{i,t}}{N_{i,t}} \right)^2. \quad (28)$$

[6] 政府

政府は期末における償還額 \bar{B} をまず定める。国債金利は期初に競争市場で決定されるので，そこから逆算して国債発行高 B_t^S が次のように決まる。

$$B_t^S = \bar{B} / R_t^B \quad (29-1)$$

政府は国債発行で得た収入をすべて政府消費にまわす。政府消費は効用や生産性に影響を及ぼさないものとする。期末における国債償還はすべて一括固定税の徴収によって行われる。すなわち

$$G_t = B_t^S \quad (29-2)$$

$$tax_t = \bar{B} \quad (29-3)$$

である。(29-2)は国債に対する需要が増加して国債価格が上がるほど(国債金利が下がるほど)政府消費に費やされる資源が増してしまうことを表している。²⁴

[7] 市場均衡

均衡においてはすべての家計・銀行・企業が同一の行動をとる。各家計は次の変数を所与として効用を最大化する：国債金利 R_t^B ，全家計の平均的な預金支出 DX_t ，全銀行の平均的な預金国債金利差 \hat{R}_t^{BD} （ここには $\theta_{j,t}$ の項を経由して他の家

²⁴ ひとつの現実的解釈は，国債金利が下がると国債発行による財源調達がより容易になり，財政規律が緩んで政府消費が増加する，というものである。

計が所有する銀行の自己資本, 貸出などの情報が含まれる, 式(20)と(14-4)参照). 財市場と国債市場の均衡条件はそれぞれ次のとおりである:

$$\tilde{Y}_t = \tilde{A}_t \cdot (K_t)^\alpha = C_t + I_{Nt} + G_t + ADJ_{Nt} + Cost_t^D + Cost_t^B, \quad (30-1)$$

$$B_t^S = B_t^H + B_t^B. \quad (30-2)$$

但し $\tilde{Y}_t, K_t, Cost_t^B, B_t^B$ の様に添え字 i が落とされた変数は全銀行の平均値を表す.

6 1 資産モデル (2) 生産性の確率過程

生産性 \tilde{A}_t が従う確率過程のモデル化は本論文の一つの焦点である. ここでは「経済が不確実性の小さなレジームと大きなレジームの間を行き来する」という考え方を具体化するために生産性は次の様なマルコフ過程に従うものとする. まず, 実現可能な状態 (State ないしは Mode) は 1 から 4 まで存在する. 第 t 期の状態を $s_t=1, 2, 3, 4$ で表す. このうち, 第 1 の状態を「レジーム I」とし, 第 2~4 の状態をあわせて「レジーム II」と呼ぶことにする. 後に明らかになる理由によりレジーム I は別名「なぎ」のレジーム, レジーム II は別名「しけ」のレジームと呼ばれる. 状態 1 と 3 では生産性の値は中庸であり, 状態 2 は低生産性, 状態 4 は高生産性の状態である. ある期の状態は期初には不明であり, 期末になり初めて明らかとなる. 状態間の推移確率は表 1 に示されている通りである.

表 1 状態間の推移確率行列

		来期の状態			
		1: なぎ, 生産性中	2: しけ, 生産性低	3: しけ, 生産性中	4: しけ, 生産性高
今期の 状態	1: なぎ, 生産性中	1-P	$P \cdot p/2$	$P \cdot (1-p)$	$P \cdot p/2$
	2: しけ, 生産性低	P	$(1-P) \cdot (1-p)$	$(1-P) \cdot p$	$(1-P) \cdot 0$
	3: しけ, 生産性中	P	$(1-P) \cdot p/2$	$(1-P) \cdot (1-p)$	$(1-P) \cdot p/2$
	4: しけ, 生産性高	P	$(1-P) \cdot 0$	$(1-P) \cdot p$	$(1-P) \cdot (1-p)$

ここで大文字の P はレジーム I から II へ, 及び II から I へとスイッチする推移確率を表し, 非常に小さい値であると仮定する. 次節のシミュレーションでは

この値を 0.001 に設定している。すなわち、レジーム I (=状態 1) にいるかぎり、期末に急に生産性が低くなったり高くなったりする可能性は非常に小さく、まずは中位生産性の状態が続いていくことが期待できる。これがこのレジームを別名「なぎ」のレジームと呼ぶ理由である。一方、いったんレジーム II に入り込んでしまうとしばらくそのレジームにいたってはならない可能性が高い。一方で小文字の p はレジーム II 内部での状態推移確率を定める定数であり、これは P より高い値をとると想定される。次節のシミュレーションではこの値は 0.05 に設定される。例えばいったん経済が状態 3 に陥ってしまうと、前期の生産性は中位水準だったとしても、今期末には生産性が変動して低生産性または高生産性の状態に移行する確率は格段に高くなる。この意味でレジーム II は不確実性の高いレジームといえ、これが「しけ」のレジームと呼ばれる理由である。

本論文では「生産性の現行水準は変わらないのに」将来の生産性の不確実性だけが增大したときに経済はどう反応するか、に興味がある。このことを分析するため、経済はもともと「なぎ」のレジーム、すなわち状態 1 にあったとする。ところがあるとき、経済は「しけ」のレジームに移行してしまったとする。ただ、今のところは状態は 3 であって、生産性の水準そのものが変わってしまったわけではない。ただ人々は今期中には生産性が大きく変わってしまうかもしれないという不確実性を考慮に入れて行動しなくてはならなくなる。

7 1 資産モデル (3) シミュレーション分析

本節では Markovian Jump Linear Quadratic アプローチを用いて前節で展開されたモデルの解を数値的に求める。一部のパラメーターについては直接その値を設定し、それ以外のパラメーターについてはモデルの内生変数の非確率的定常値（生産性が常に中位水準を取ると仮定したときの定常値）を先に定め、それと整合的になるような値を選んだ。このシミュレーションはあくまでモデルの性質を確認するためのものであり、必ずしも現実のデータとの対応関係を厳密に考えて行っているもの（いわゆるカリブレーション）ではない。

ここでは Svensson and Williams (2007) にならって、まず 4 つある mode のそれぞれにおいて、その生産性水準に対応するモデルの非確率的定常状態を求める。そしてそれぞれの mode についてそのような定常状態の周りで目的関数を 2 次近

似、制約式を1次近似する²⁵。その上でMJLQアプローチを適用する。前節です
で述べたように、状態間の推移確率を決定する定数は $P=0.001$, $p=0.05$ と設定
する。状態 s の生産性を A_s と書くことにすると、

$$A_1 = A_3, \quad A_2 = 0.9 \cdot A_3, \quad A_4 = 1.1 \cdot A_3$$

である。これは例えば、現在「しけ」のレジームで生産性が中位水準にある（つ
まり状態3にある）とすると次期には2.5%ずつの確率で生産性は10%上昇また
は下降することを意味している。これ以外のパラメーター値については表2に
まとめられている。

表2-1 パラメーター値の設定：直接に値を定めるもの

分野	パラメーター名	意味	値
家計 関連	β	割引ファクター	0.95
	a_H	消費の効用に関するパラメーター	0.5
	a_D	預金の効用に関するパラメーター	0.5
	η	銀行間の預金代替弾力性	2
	a_θ	預金効用の銀行自己資本に対する弾力性を決定	$\alpha \cdot c_\theta$ となるよう設定
	b_θ	銀行の経営状態が預金効用に与える影響の強さ	1
	c_θ	預金効用の生産性に対する弾力性を決定	0.5
	γ_D	預金残高維持コストの大きさ	0.01
企業 ・ 銀行 関連	α	生産の資本に対する弾力性	0.35
	δ_K	資本減耗率	0.05
	δ_N	銀行自己資本減耗率	0.05
	m	銀行に対する成果分配率	0.5
	a_C	預金受け入れコストの弾力性(-1)	1
	b_{ADJ}	銀行自己資本調整費用の大きさ	0.01
	a_K	貸出コストの弾力性	1
	b_K	貸出コストの大きさ	0.05
政府	\bar{B}	国債発行高	0.20

²⁵ このような手続きは経済が各状態に居続ける期間がある程度平均的に長い場合に正当化しやすい。

表 2-2 パラメーター値の設定：内生変数の定常値から逆算するもの

内生変数			パラメーター	
名称	意味	定常値	名称	意味
R^{Bd}	国債預金金利差	0.02	b_C	預金受け入れコストの大きさ
K	貸出	0.9	$A_1=A_3$	生産性の中位水準
X	預金	1	b_D	預金効用のウェイト

これらのパラメーター値の設定のもとで²⁶、モデルを状態 1（「なぎ」）の定常状態から出発させてマルコフ過程に従って生産性を確率的に発生させた。その結果、今回報告するシミュレーションにおいては、第 991 期において経済は状態 1 から状態 3（つまり「しけ」ではあるが生産性は中位水準のまま）に移行し、この状態が第 1052 期まで続いた。図 3-1, 3-2 では移行が発生する 10 期前の第 981 期から以降後 20 期の第 1011 期までの各変数の推移をグラフ化している。

まず図 3-2 左上パネルの預金の動きから見ると、銀行貸出の収益性に関する不確実性の高まりから、「しけ」に移行すると同時に預金預入行動が消極化することがわかる。一方、右上パネルの貸出も、貸出リターンの不確実性の増大により収縮している。これには預け入れられた預金が減少することを通じて貸出コストが上昇することも寄与している（式(25-2)参照）。貸出の減少は生産活動の縮小を意味するので、図 3-1 左上パネルに見られるように家計の総資産も次第に減少していく。図 3-1 右上パネルの銀行自己資本が減少するのは、家計の預金預入意欲が減退するので、銀行がコストをかけて自己資本を積み上げてあまり多くの預金を集めることができず、自己資本を維持するメリットが低下するからである。図 3-1 右下、家計・銀行が国債に逃避するので国債金利は低下する。

²⁶ 表にあるように、パラメーター a_θ に関してはその値を $\alpha \cdot c_\theta$ と等しくなるように設定している。これはこの設定によって貸出 K が相殺されて効用関数に現れなくなり、計算負担が軽減される便益を重く見たためである。

図 3-1: 第 1 モデルシミュレーション結果

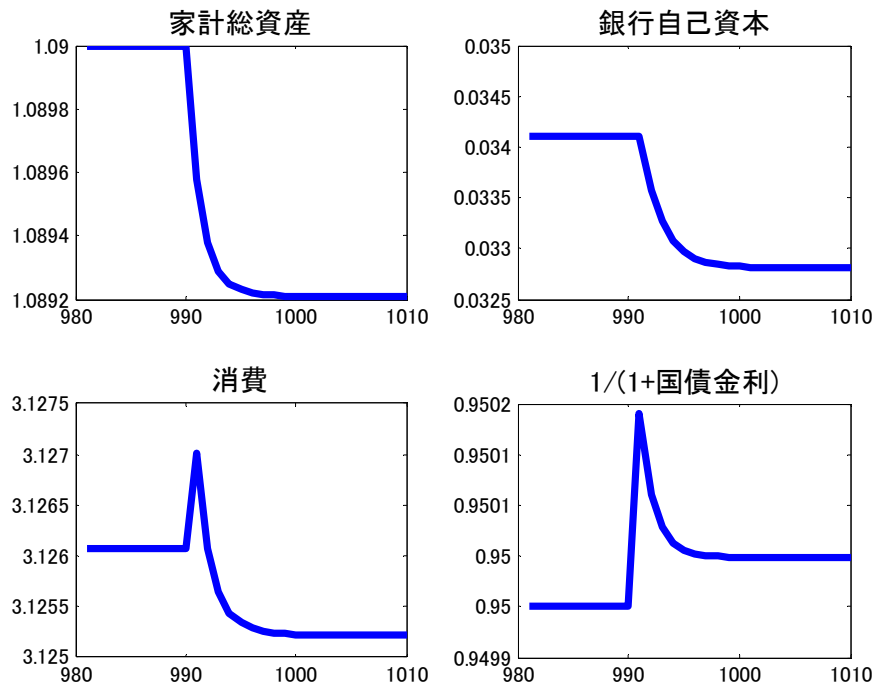


図 3-2: 第 1 モデルシミュレーション結果

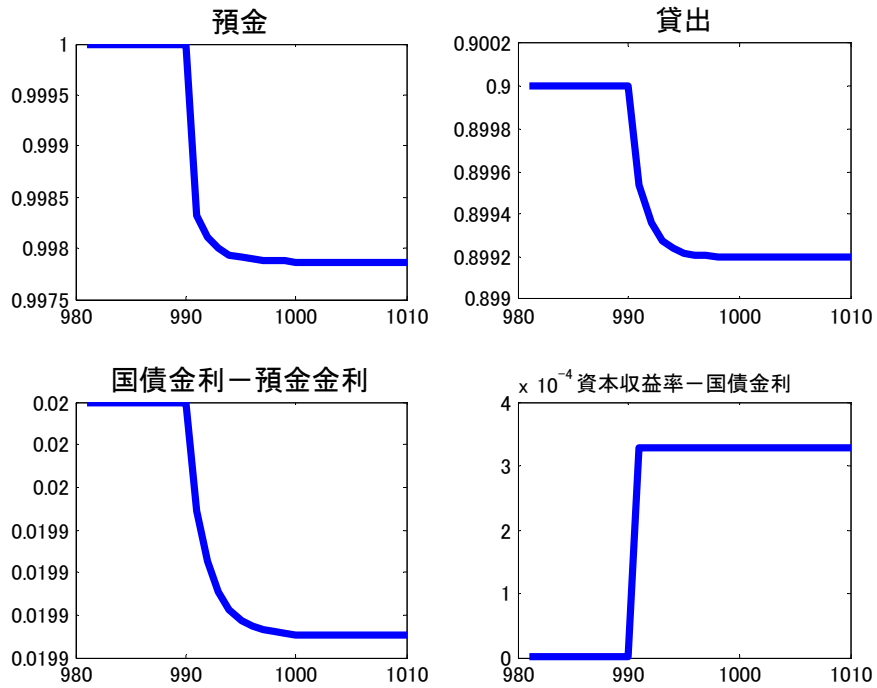


図 3-2 左下パネルにおいて国債金利と預金金利の差は低下する（国債金利の方が高いのでこの差は正值を取ることに注意）。これは、家計が預金から逃避して国債需要を増すので国債価格が上昇する（すなわち国債金利が低下する）こと、同じく銀行も貸出から逃避して国債需要を増すこと、一方で預金需要が低下していくので預金金利が上昇していくこと、の 3 つの要因が複合して発生している。一方、図 3-2 右下パネルからわかるように、生産性は一定のままで貸出が低下して生産に投入される資本ストックが少なくなっているため、限界生産性逓減から貸出の収益率は高くなっている。国債金利は低下しているから両者の差（正值を取る）は上昇する。つまり貸出のリスクプレミアムは上昇する。

最後に図 3-1 左下パネルには消費の動向が示されている。消費は「しけ」への移行が判明した瞬間に上方ジャンプを起こし、その次の期から次第に減少を始める。現実には不確実性の増大があったときに消費ブームが起きているとは考えにくいため（ただしこの点についての綿密な実証研究は筆者が知る限りない）、この結果は直観に反するようにも思える。ただこの結果の経済学的解釈は明らかであって、不確実性が高まると資産を蓄積することの便益が減少するので、人々は現在の消費を選好するようになるのである。これによって家計は資産を食いつぶしていくので、その後の消費は減少傾向をたどる。このように、このモデルで瞬間的な消費ブームが生じるのは家計が資産蓄積を減らしていきたいと思ったときにそれを達成する手段として消費を増加させるしかないためといえる。したがってこのモデルを拡張して、たとえば労働供給を内生化すれば、この結果は弱まるだろうと予想される。

以上のように、このモデルは不確実性の増大に対する経済の反応について、我々の直観と符合する多くの結果を生み出すことが可能であることがわかった。パラメーター値の設定の変化に対してこれらの結果がどの程度変化するかを体系的に分析することは今後の課題であるが、現時点までの作業で明らかになっているのは家計の効用パラメーター a_H の重要性である。上で分析した結果では、不確実性が高まると家計はリスクを恐れてあまり預金しなくなる、という効果が強調されていたが、 a_H の値を大きくするとこれが変化する。この値によっては不確実性の増大が家計の予備的貯蓄動機を喚起し、かえって預金が増加することも有りうるということがわかった。ケースによっては家計資産全体も増加する。モデルの設定をさらに現実的なものにするによってこのようなケースは排除可能なのか、は今後の検討課題としたい。

8 2 資産モデル (1) モデルの設定

本節と次節では、これまで展開されたモデルを基盤として、流動性資産・非流動性資産の2種類を預金者も貸手も選択するようなモデルを考える。「流動性」という用語は経済学ではさまざまな意味で用いられ混乱のもととなる可能性があるが、ここでは「ショックの値が実現したのを見てから保有量を調整できる」タイプの資産を流動性資産と呼び、そうでない資産を非流動性資産と呼ぶことにする。分析可能な範囲でこの2種類の区別を導入することは決して簡単ではない。ここでは前節までのモデルの大枠を活かしつつ、1つの期を前半と後半に分け、ショックは期の中央(前半の末)で起きる、と仮定を変更する。流動性資産は、期の中央でショックの値を観察してからその値を調整できるものとする。家計は「流動性預金」を持っていれば期の中央で銀行の収益性低下が判明したときにはこれを引き出して国債にシフトできる。銀行は「短期貸出」を行っている限りは借り手の生産性が低まったことを観察したときには期の後半に向けて貸出を取りやめて国債にシフトできる。これに対し非流動性資産は期の初めにある額にコミットしたら期中には変更できないタイプの資産である。家計はいったん「非流動性預金」を持ったら期末まで保有し続けなくてはならない。銀行は「長期貸出」を行ってしまったら期末までこれを取りやめることはできない。前節に見たように不確実性の増大は資産保有全体を縮小させる働きを持つことがあるが、同じときに非流動性資産から流動性資産への相対的なシフトは起きるだろうか。これが本節と次節の問題意識である。

[1] (代表的) 家計

第1モデルと同じく、家計は全て同質的である。その中の第*i*家計を取り出して考えるならば、この家計は*t*期初に $Asset_{i,t}$ だけの財を所有しており、これを「流動性預金」 D^F 、「非流動性預金」 D^T 、国債のいずれかの形で運用する。この家計が銀行 *j* に預ける流動性預金を $D_{i,j,t}^F$ 、非流動性預金を $D_{i,j,t}^T$ とする。総効用は消費から得る効用と流動性・非流動性それぞれの預金から得られる：

$$U_{i,0} = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[U^C(C_{i,t}) + U^T(D_{i,t}^T) + U^F(D_{i,t}^F) - Cost_{i,t}^H \right]. \quad (31-1)$$

$$\text{ただし } U^C(C_{i,t}) = \frac{b_H}{1-a_H} (C_{i,t})^{1-a_H}, \quad (31-2)$$

$$U^T(D_{i,t}^T) = 2 \cdot b_T \left\{ \left[\sum_{j=1}^J \tilde{\theta}_{j,t} \cdot (D_{i,j,t}^T)^{(\eta-1)/\eta} \right]^{\eta/(\eta-1)} \right\}^{a_T} \quad (31-3)$$

$$U^F(D_{i,t}^F) = \sum_{\tau \in (\text{前}, \text{後})} b_F \left\{ \left[\sum_{j=1}^J \tilde{\theta}_{j,t} \cdot (D_{i,j,t}^{F,\tau})^{(\eta-1)/\eta} \right]^{\eta/(\eta-1)} \right\}^{a_F}$$

である。ただし $D_{i,j,t}^{F,\text{前}}$ は前半における流動性預金、 $D_{i,j,t}^{F,\text{後}}$ は後半における流動性預金を表す。 $Cost_{i,t}^H$ については後述する。なお、

$$1 > \beta > 0, \eta > 1, a_H > 0, 1 > a_T > 0, 1 > a_F > 0, b_H > 0, b_T > 0, b_F > 0$$

を仮定する。また $\tilde{\theta}_{j,t}$ は第 j 銀行の経営状態が効用に与える影響を表し、

$$\tilde{\theta}_{j,t} = b_\theta N_{j,t}^{a_\theta} \cdot [m \cdot \tilde{A}_t]^{c_\theta} \quad (31-4)$$

という形をしている²⁷。ただし $1 > a_\theta > 0$, $b_\theta > 0$, $1 > c_\theta > 0$ である。ここで $N_{j,t}$ は銀行 j の自己資本、 \tilde{A}_t は確率的な生産性を表す。ここで注意すべきは、期初、つまり非流動性預金と前半の流動性預金を決定する段階では \tilde{A}_t はまだ観察されていないが、後半の流動性預金を決定する段階ではすでに観察済みである点である。このモデルでは簡単化のため、期中においては預金、国債ともに単利で利子支払いが行われるものと想定する。たとえば国債金利（ネットの）が半期で r_t^B であるとしよう。後で見るように政府は期の前半と後半で国債金利が一定になるように行動すると仮定されるので、これについては前半と後半を区別する必要がない。この時、国債 1 単位（その価格を 1 とする）を期初に購入して前半、後半通して保有すれば $1 + 2r_t^B$ 単位の財が償還される。もし前半だけで国債を売却してしまうと元本である 1 単位の財が償還されると同時に r_t^B 単位の利子が支払われる。ただし利子については後半での再投資は認められない²⁸。流動性預金については前半のネットの金利を $r_{j,t}^{F,\text{前}}$ 、後半を $r_{j,t}^{F,\text{後}}$ で表わすことにしよう。これについても期央で取り崩す場合には元本は再投資に回せるが利子は回せないも

²⁷ 第 1 モデルでは式(14)に見られるようにこの項は銀行自己資本・貸出比率と貸出の粗収益に依存すると仮定された。しかし数値計算においては単純化のために $a_\theta = \alpha \cdot c_\theta$ と仮定することで貸出の影響を相殺した（表 2-1 参照）。第 2 モデルでもこの考え方に従って貸出の影響をあらかじめ省いた形で表現してある。

²⁸ 利子は期末にならないと家計に配送されない、と考えても同じである。

のとする。非流動性預金については半期あたりのネットの金利を $r_{j,t}^T$ とすると、期末に支払われるネットの金利は $2 \cdot r_{j,t}^T$ である。

家計の期初時点での予算制約式は

$$Asset_{i,t} = \sum_{j=1}^J D_{i,j,t}^T + \sum_{j=1}^J D_{i,j,t}^{F,前} + B_{i,t}^{H,前} \quad (32-1)$$

と書ける。ただし $B_{i,t}^{H,\tau}$ ($\tau = 前, 後$) は家計の前半または後半における国債保有高である。重要なことは、期央において、流動性預金と国債については持ち替えの可能性が考慮されている点である。期央の予算制約式は、利子の期中再投資が認められていないことから、

$$\sum_{j=1}^J D_{i,j,t}^{F,前} + B_{i,t}^{H,前} = \sum_{j=1}^J D_{i,j,t}^{F,後} + B_{i,t}^{H,後} \quad (32-2)$$

となる。家計の期末における予算制約式は

$$\begin{aligned} Asset_{i,t+1} = & \sum_{j=1}^J (1 + 2r_{j,t}^T) \cdot D_{i,j,t}^T + \sum_{j=1}^J r_{j,t}^{F,前} \cdot D_{i,j,t}^{F,前} + r_t^B \cdot B_{i,t}^{H,前} \\ & + \sum_{j=1}^J (1 + r_{j,t}^{F,後}) \cdot D_{i,j,t}^{F,後} + (1 + r_t^B) \cdot B_{i,t}^{H,後} - tax_t + \tilde{\Pi}_t^F + \tilde{\Pi}_t^B - C_{i,t} - I_{Ni,t} \end{aligned} \quad (32-3)$$

である。右辺第 6 項以降の変数の定義は第 1 モデルと同じである。これを期初、期中の制約式を用いて見やすくすると

$$\begin{aligned} Asset_{i,t+1} = & (1 + 2r_t^B) Asset_{i,t} + 2 \sum_{j=1}^J R_{j,t}^{BT} \cdot D_{i,j,t}^T + \sum_{j=1}^J R_{j,t}^{BF,前} \cdot D_{i,j,t}^{F,前} + \sum_{j=1}^J R_{j,t}^{BF,後} \cdot D_{i,j,t}^{F,後} \\ & - tax_t + \tilde{\Pi}_t^F + \tilde{\Pi}_t^B - C_{i,t} - I_{Ni,t} \end{aligned} \quad (33)$$

となる。ただし $R_{j,t}^{BT} \equiv r_t^B - r_{j,t}^T$, $R_{j,t}^{BF,\tau} \equiv r_t^B - r_{j,t}^{T,\tau}$ ($\tau = 前, 後$) である。

ここから個別銀行の預金に対する需要を導き、銀行の対称性を用いてこれらを統合する計算は第 1 モデルと同じである。結果的に、

$$\begin{aligned} Asset_{i,t+1} = & (1 + 2r_t^B) Asset_{i,t} + 2R_t^{BT} \cdot D_{i,t}^T + R_t^{BF,前} \cdot D_{i,t}^{F,前} + R_t^{BF,後} \cdot D_{i,t}^{F,後} \\ & - tax_t + \tilde{\Pi}_t^F + \tilde{\Pi}_t^B - C_{i,t} - I_{Ni,t} \end{aligned} \quad (34)$$

を得る。ただし、すべての j について $R_t^{BT} = R_{j,t}^{BT}$, $R_t^{BF,前} = R_{j,t}^{BF,前}$, $R_t^{BF,後} = R_{j,t}^{BF,後}$ で

あり、また $D_{i,t}^T \equiv \sum_{j=1}^J D_{i,j,t}^T$, $D_{i,t}^{F,前} \equiv \sum_{j=1}^J D_{i,j,t}^{F,前}$, $D_{i,t}^{F,後} \equiv \sum_{j=1}^J D_{i,j,t}^{F,後}$ である。

なお、銀行自己資本の推移は第1モデルと全く同じである：

$$N_{i,t+1} = (1 - \delta_N) N_{i,t} + I_{N,i,t}. \quad (35)$$

[2] 個別銀行の利潤と銀行経営のコスト

家計 i が所有する銀行 i が受け入れた非流動性・流動性預金の総額を $X_{i,t}^T$, $X_{i,t}^{F,\tau}$ ($\tau = \text{前, 後}$) と書くことにしよう。この銀行が直面する預金需要関数は

$$X_{i,t}^T = \theta_{i,t}^\eta \left[\frac{R_{i,t}^{BT}}{\hat{R}_t^{BT}} \right]^{-\eta} \frac{DX_t^T}{\hat{R}_t^{BT}}, \quad X_{i,t}^{F,\tau} = \theta_{i,t}^\eta \left[\frac{R_{i,t}^{BF,\tau}}{\hat{R}_t^{BF,\tau}} \right]^{-\eta} \frac{DX_t^{F,\tau}}{\hat{R}_t^{BF,\tau}}, \quad (36)$$

$$\text{ただし } DX_t^T \equiv \sum_{j=1}^J R_{j,t}^{BT} D_{j,t}^T, \quad \hat{R}_t^{BT} \equiv \left[\sum_{j=1}^J \theta_{j,t}^\eta \cdot (R_{j,t}^{BT})^{1-\eta} \right]^{1/(1-\eta)},$$

$$\text{かつ } DX_t^{F,\tau} \equiv \sum_{j=1}^J R_{j,t}^{BF,\tau} D_{j,t}^{F,\tau}, \quad \hat{R}_t^{BF,\tau} \equiv \left[\sum_{j=1}^J \theta_{j,t}^\eta \cdot (R_{j,t}^{BF,\tau})^{1-\eta} \right]^{1/(1-\eta)}$$

であることを第1モデルの時のように示せる。

次に、長期貸出を $K_{i,t}^L$, 短期貸出を $K_{i,t}^{S,\tau}$ ($\tau = \text{前, 後}$) と書くことにしよう。長期貸出を受けた企業の半期あたりの生産を $\tilde{Y}_{i,t}^L$ とすると、生産関数は

$$\tilde{Y}_{i,t}^L = \tilde{A}_t \cdot a_L \cdot (K_{i,t}^L)^\alpha \quad (37-1)$$

と書ける。1期間を通しての生産量はこの2倍である。ただし $0 < \alpha < 1$, $a_L > 0$ である。また短期貸出を受けた企業の半期あたり生産関数を

$$\tilde{Y}_{i,t}^{S,\tau} = \tilde{A}_t \cdot a_S \cdot (K_{i,t}^{S,\tau})^\alpha \quad (37-2)$$

とする。ただし $a_S > 0$ である。これら生産関数の定式化からわかるように、確率的な生産性ショックは長期貸出と前半・後半の短期貸出に同じように影響を与える。違いは、後半の短期貸出の場合のみ、生産性の値がわかってから行われる点である。

この銀行の利潤は次のように書ける：

$$\begin{aligned} \tilde{\Pi}_{i,t}^B = & m \cdot \left[2\tilde{Y}_{i,t}^L + (1 - 2\delta_K) K_{i,t}^L \right] + m \cdot \left[\tilde{Y}_{i,t}^{S,\text{前}} + (1 - \delta_K) K_{i,t}^{S,\text{前}} \right] + m \cdot \left[\tilde{Y}_{i,t}^{S,\text{後}} + (1 - \delta_K) K_{i,t}^{S,\text{後}} \right] \\ & + (1 + r_t^B) \cdot B_{i,t}^{B,\text{前}} + (1 + r_t^B) \cdot B_{i,t}^{B,\text{後}} \\ & - (1 + 2r_t^T) \cdot X_{i,t}^T - (1 + r_t^{F,\text{前}}) \cdot X_{i,t}^{F,\text{前}} - (1 + r_t^{F,\text{後}}) \cdot X_{i,t}^{F,\text{後}} - \text{Cost}_{i,t}^X \end{aligned} \quad (38)$$

ここで $0 < \delta_K < 1$ は半期あたりの資本減耗率である。 $Cost_{i,t}^X$ は後述する預金受け入れに伴う費用である。ただし、銀行は期初の制約

$$X_{i,t}^T + X_{i,t}^{F,前} = K_{i,t}^L + K_{i,t}^{S,前} + B_{i,t}^{B,前} \quad (39)$$

に服する。また、期央の制約は

$$K_{i,t}^{S,前} + B_{i,t}^{B,前} + X_{i,t}^{F,後} - X_{i,t}^{F,前} = K_{i,t}^{S,後} + B_{i,t}^{B,後} \quad (40)$$

と書ける。この式の前提は、国債や預金の場合と同じように、銀行は短期貸出の「元本」は再投資に回せるが、リターンは回せない、という仮定である。

一方、この銀行から貸出を受けた企業の利潤を $\tilde{\Pi}_{i,t}^F$ とすると、

$$\tilde{\Pi}_{i,t}^F = (1-m) \cdot \left\{ \left[2\tilde{Y}_{i,t}^L + (1-2\delta_K)K_{i,t}^L \right] + \left[\tilde{Y}_{i,t}^{S,前} + (1-\delta_K)K_{i,t}^{S,前} \right] + \left[\tilde{Y}_{i,t}^{S,後} + (1-\delta_K)K_{i,t}^{S,後} \right] \right\} . \quad (41)$$

[3] 各種コストの定式化

まず、各種の調整費用が存在すると仮定する。第 1 モデルのように、銀行自己資本を変化させるときの調整費用が存在する：

$$ADJ_{N,i,t} = \frac{b_{ADJN}}{2} \left(\frac{N_{i,t+1} - N_{i,t}}{N_{i,t}} \right)^2 . \quad (42-1)$$

また、前半と後半の間で流動性預金の額を変更することの調整費用が存在する：

$$ADJ_{D,i,t} = \frac{b_{ADJD}}{2} \left(D_{i,t}^{F,後} - D_{i,t}^{F,前} \right)^2 .$$

(42-2)

前半と後半の間で短期貸出の額を変更することにも調整費用が存在する：

$$ADJ_{K,i,t} = \frac{b_{ADJK}}{2} \left(K_{i,t}^{S,後} - K_{i,t}^{S,前} \right)^2 . \quad (42-3)$$

またこの他に、預金と貸出を維持するためのコストが効用に生じると考える²⁹：

²⁹ これらを新たに導入した理由は、これらのコストの存在なしに解を求めることが難しかったことである。既に見たように、MJLQ アプローチが成立するためには、式(6)の目的関数にある W_{jt} に当る行列が正定値行列であることが必要である。これらの 2 次のコストはこの条件を成立させるために加えられている。

$$Cost_{i,t}^D = \frac{\gamma_D}{2} \left\{ (D_{i,t}^T)^2 + (D_{i,t}^{F,前})^2 + (D_{i,t}^{F,後})^2 \right\}, \quad (42-4)$$

$$Cost_{i,t}^K = \frac{\gamma_K}{2} \left\{ (K_{i,t}^L)^2 + (K_{i,t}^{S,前})^2 + (K_{i,t}^{S,後})^2 \right\}. \quad (42-5)$$

家計の効用関数(31-1)に入るコスト， $Cost_{i,t}^H$ は以上をあわせたものである。

$$Cost_{i,t}^H = ADJ_{Ni,t} + ADJ_{Di,t} + ADJ_{Ki,t} + Cost_{i,t}^D + Cost_{i,t}^K \quad (42-6)$$

一方，計算の簡単化のため，銀行が預金を維持するためのコストは

$$Cost_{i,t}^X = b_X \cdot (X_{i,t}^{F,前} + X_{i,t}^{F,後} + X_{i,t}^T), \quad b_X > 0. \quad (43)$$

という簡単な線形のものであるとする。この点の拡張は今後の課題である。

[4] 政府行動と均衡条件

政府はまず期末の償還予定額を定める。これを1家計あたり \bar{B} と置くことにする。期初の国債発行枚数は $\bar{B}/(1+2r_t^B)$ 枚に定められる。よって均衡では

$$B_t^{前} = \bar{B}/(1+2r_t^B) = B_t^{H,前} + B_t^{B,前} \quad (44-1)$$

が成り立たなくてはならない。期央においては生産性によって国債需要は変動する。この時，政府は国債金利 r_t^B が当初の水準に維持されるような金利スミージング政策を行うと考える。よってこのとき国債発行は受動的に決定され，

$$B_t^{後} = B_t^{H,後} + B_t^{B,後} \quad (44-2)$$

となる。政府支出については，前半と後半の国債発行額の平均分だけを政府は消費してしまうと考え，

$$G_t = (B_t^{前} + B_t^{後})/2 \quad (45)$$

とする。期末の国債償還必要額のうち，既に政府が消費してしまった分については，税により賄うことになるので，

$$tax_t = \bar{B} + 0.5 \cdot (1+2r_t^B)(B_t^{後} - B_t^{前}) \quad (46)$$

が成立する。最後に，財市場の均衡条件は次のように修正される。

$$2\tilde{Y}_t^L + \tilde{Y}_t^{S,前} + \tilde{Y}_t^{S,後} = C_t + I_{Nt} + G_t + Cost_t^X \quad (47)$$

ただし添え字 i が落とされた変数は平均値を表している。

9 2 資産モデル (2) シミュレーション

シミュレーション分析の大枠は第 1 モデルと同じである。状態間の推移確率を決定する定数は $P=0.001$, $p=0.05$ と設定する。状態を s で表し(ただし $1 \leq s \leq 4$)、ある s における生産性を A_s と書くことにすると、

$$A_1 = A_3 = 1, \quad A_2 = 0.7 \cdot A_3, \quad A_4 = 1.3 \cdot A_3$$

である。つまり「しけ」のレジームでは確率 5%で生産性は 30%の上下動を起こす。これ以外のパラメーター値については表 3-1, 3-2 にまとめられている。なお、表 3-2 のようにパラメーター値を選んだ結果、生産性パラメーターは a_L は 0.255, a_S は 0.331 と、長期と短期で比較的近い値になった。また預金効用のウェイトを表すパラメーターである b_T と b_F はともに 0.315 となった。

表 3-1 パラメーター値の設定：直接に値を定めるもの

分野	パラメーター	意味	値
家計 関連	β	割引ファクター	0.95
	a_H	消費の効用に関するパラメーター	0.5
	a_D	預金の効用に関するパラメーター	0.5
	η	銀行間の預金代替弾力性	2
	a_θ	預金効用の銀行自己資本に対する弾力性を決定	$\alpha \cdot c_\theta$ となるよう設定
	b_θ	銀行の経営状態が預金効用に与える影響の強さ	1
	c_θ	預金効用の生産性に対する弾力性を決定	1
	b_{ADJN}	銀行自己資本調整費用の大きさ	0.01
	b_{ADJD}	流動性預金調整費用の大きさ	0.05
	b_{ADJK}	短期貸出調整費用の大きさ	0.08
	γ_K	貸出残高維持コストの大きさ	0.01
	γ_D	預金残高維持コストの大きさ	0.01
企業 銀行 関連	α	生産の資本に対する弾力性	0.35
	δ_K	資本減耗率 (半期分)	0.025
	δ_N	銀行自己資本減耗率 (1 期分)	0.05
	m	銀行に対する成果分配率	0.5

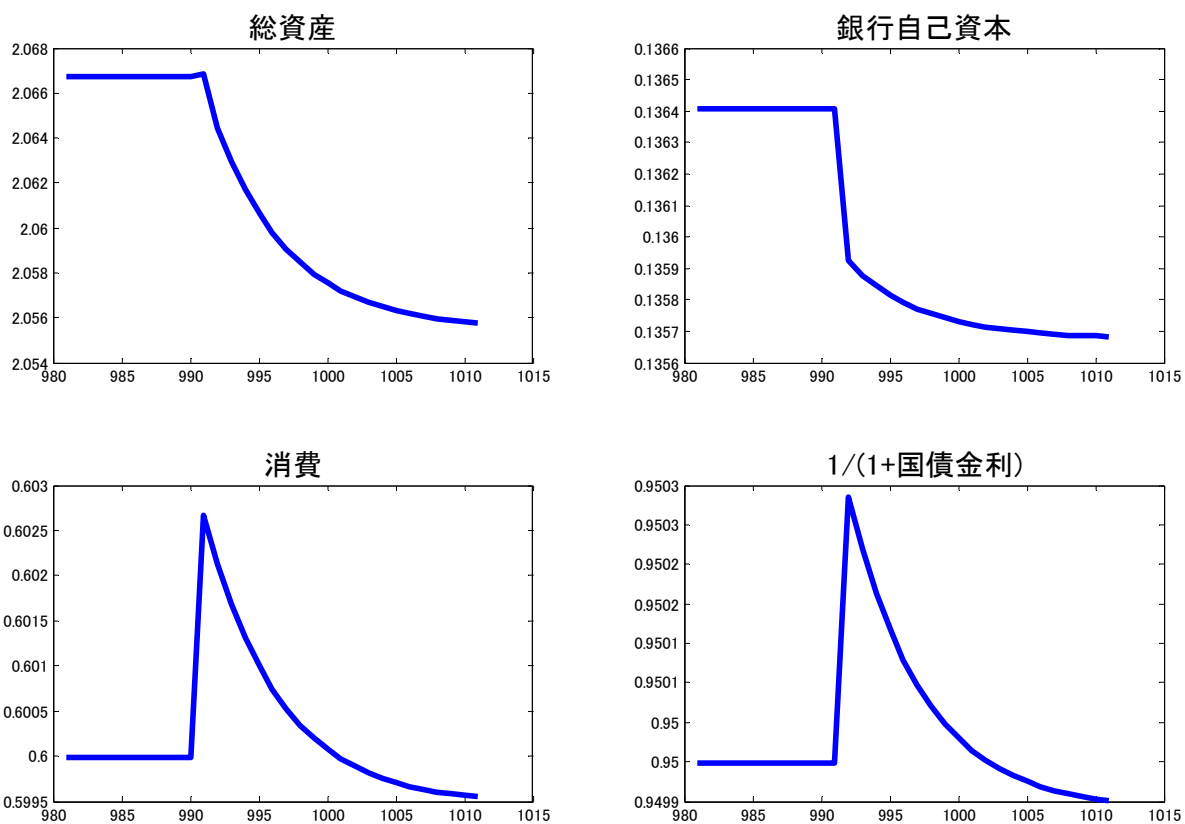
表 3-2 パラメーター値の設定：内生変数の定常値から逆算するもの

内生変数			パラメーター	
名称	意味	定常値	名称	意味
C	消費	0.7	b_H	消費からの効用の大きさ
λ	制約式(34)のラグランジュ乗数	1	\bar{B}	国債発行高
$R_t^{BT}, R_t^{BF,前}, R_t^{BF,後}$	国債預金金利差	0.01	a_L, a_S	貸出の生産性
$K_t^L, K_t^{S,前}, K_t^{S,後}$	貸出	1.0	b_X	預金受け入れコストの大きさ
$X_t^T, X_t^{F,前}, X_t^{F,後}$	預金	1.1	$A_1=A_3$	生産性の中位水準
			b_T, b_F	預金効用のウェイト

シミュレーション結果は図 4-1, 4-2 に示されている。各変数の総量に関する結果は第 1 モデルとほぼ同じである。つまり不確実性の増大に伴って経済全体の資産は減少、銀行は自己資本を取り崩し、消費は増加する。資産需要の国債シフトが起きて国債金利は低下する。また、図 4-2 より、長期貸出と非流動性預金も減少することが確認できる。短期貸出と流動性預金については図ではこれらとの比率で示されているが、水準の動きを図示してみた結果、基本的に似た動きをしていることが確認できた。ただし、より詳細に見てみると、後半の短期貸出と流動性預金については「しけ」に入った直後の動きに若干の相違が認められた。パラメーター値の設定によってはこれらが一時的に増加するケースも見られた。こういったことが起こりうる理由は次のとおりである。このシミュレーションにおいて、経済が「しけ」に入った瞬間に、事前の意味での不確実性が増大する。しかし、後半に入ると結局今期も生産性が中位水準だったことが判明する。このため、それまで国債に逃避していた銀行と家計の資産が貸出と預金に還流するのである。しかしこの現象はごく一時的なものである。この後、総資産が減少し始めること、及び前半の短期貸出・流動性預金が減少することにより、後半の短期貸出・流動性預金もすぐ減少に転じることがわかった³⁰。

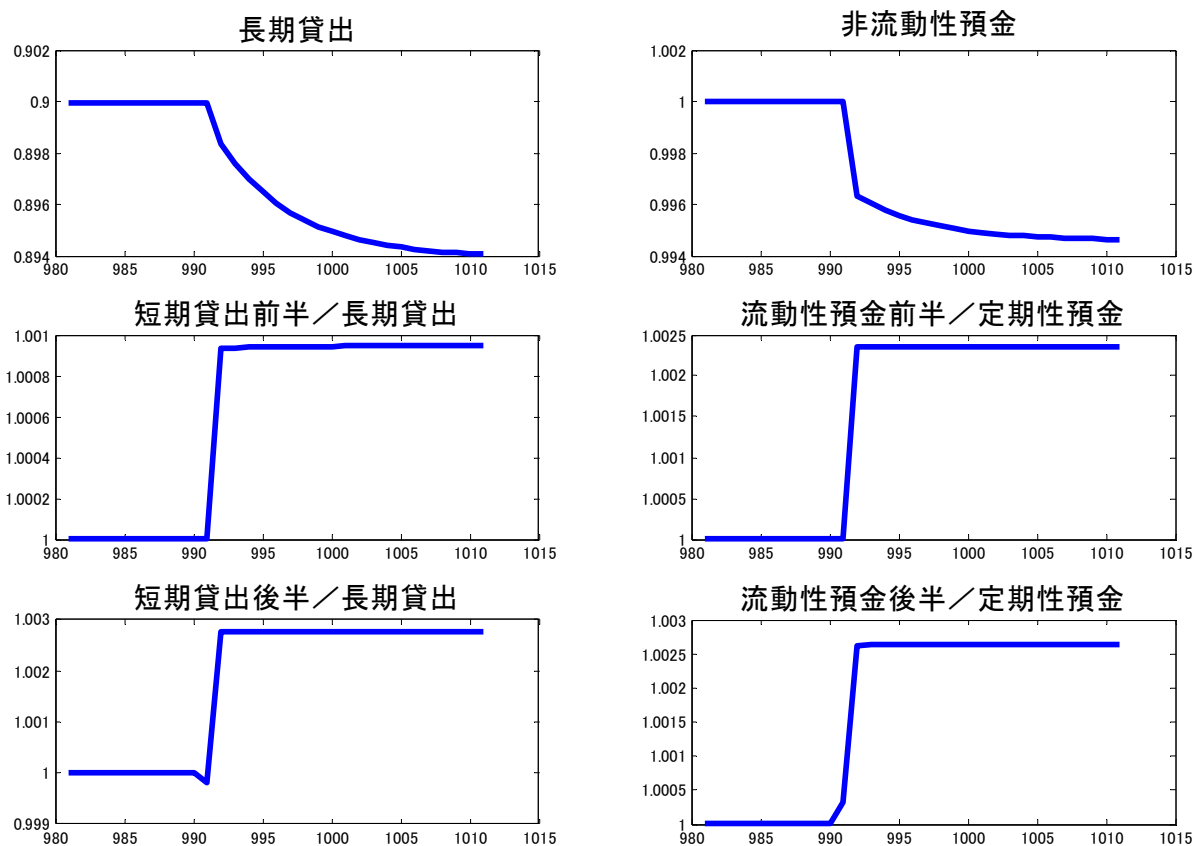
³⁰ ここで重要な役割を果たすのが、前半と後半の間の調整費用の存在である。不確実性の増大により前半の短期貸出・流動性預金が時間とともに減少したとしよう。このとき、たとえ後半に実は生産性水準は中位にとどまったことが判明してもそこから短期貸出・流動性預金を急増させることは、表 3-1 にまとめられているパラメーター値の下では、非常にコストがかかる。このために前半に引きずられる形で後半のこれらの変数も減少し始めるのである。実際、調整コ

図 4-1: 第 2 モデルシミュレーション結果



ストパラメーターをより小さくしたシミュレーションにおいては「しけ」に入ったときの後半のこれらの変数の増加はさらに大きくなった。その一方で前半のこれらの変数の減り方は小さくなった。これは調整費用が低い分、期央になって生産性の値が判明してから行動を変えられる自由度が増すからである。

図 4-2: 第 2 モデルシミュレーション結果



第 1 モデルと対比して最も興味深いのは非流動性資産と流動性資産(特に前半)の比率の推移である。図 4-2 より、相対的に言えば、貸出の構成は長期から短期へ、そして預金の構成も非流動性預金から流動性預金に動いていっていることがわかる。すなわち、貸出・預金とも総額で見ると減少している中で、その構成比は不確実性の増大に対応するために非流動的なもの、つまりショックが発生した後も保有してはならない資産から、流動的なもの、つまりショックを見た後に乗り換えられるタイプの資産(コミットメントを要しない資産)にシフトしていっていることがわかる。

10 結論と今後の課題

本論文では不確実性増大の影響を動学的一般均衡モデルに基づいて分析するための新しいアプローチを開発した。そしてこれを用いて銀行部門の入ったモデ

ルにおいて不確実性の増大が生産、貸出、預金にどう影響するかを分析した。結果はパラメーターの設定に依存するが、少なくとも不確実性の増大により経済活動が萎縮してこれら 3 変数が同時に減少するようなケースを作ることができた。さらにこのモデルを貸出・預金に非流動的なものと流動的なものが存在するケースに拡張した。そこでは不確実性の増大により資産需要が(全体としては落ちていきつつも)相対的に非流動的なものから流動的なものへとシフトしていくケースを作ることができた。

本論文で残された大きな課題は 3 つである。第 1 に、各変数の不確実性に対する反応が定量的にマイルドなものにとどまっていること。不確実性が経済活動に大きなインパクトを持つためにはより大きな非線形性(例えば倒産の存在などを考慮すること)をモデルに組み込んでいくことが必要なのかもしれない。この点では、本論文のモデルにおいて銀行が常に生産のある一定割合を得ると仮定したこと(式で言えば(25-1))が、モデルを簡素にして取り扱いやすくした反面、不確実性の影響を弱めている可能性がある。現実の銀行貸出は債務契約なので、安定した経済状況では平均的にはある程度のリターンをかなり確実に見込むことができる。一方で、不確実性が増大して経済の下ぶれリスクが増したときには、急にリターンを失う可能性を考慮しなくてはならない。こういった現実的な要素を取り込むことによって、不確実性増大の影響をより正しく評価できるようになることが期待できる。また現行のモデルでは家計や銀行が不確実性増大を感じたときの唯一の逃避先である国債の供給が事実上一定とされていた。このことが不確実性の数量的インパクトを限定している可能性がある。国債の供給関数をより弾力的なものにするなどしてモデルを拡張することにより不確実性増大の影響をより大きくできる可能性がある。このことと関連して、国によってリターンの安定性が確保されしかも供給が弾力的な資産の典型例として金利平準化政策下の貨幣(現金など)を挙げることができる。本論文のモデルを貨幣経済に拡張することも将来的な重要課題である。第 2 の課題として、本論文では、預金者が銀行の自己資本比率の低下や収益の低下を嫌う、という現象が効用関数の形状に関する仮定により直接的にモデルに組み込まれていた。これらの仮定の厳密なマイクロ経済学的基礎を与えることも今後の重要な課題である。第 3 の課題として、本論文では不確実性の増大が長期貸出から短期貸出への相対的シフトをもたらすことは示せたが、そのことが生産活動にもたらす悪影響については踏み込めなかった。現実には長期的な投資プロジェクトを抱える借

手企業は貸手である銀行の長期的コミットメントを必要としており、これが得られないことは投資行動や生産活動に影響を与えるのではないかと思われる。そのような側面を取り込んだモデルを構築していくことも今後の課題である。

参考文献

- Bernanke, Ben S., Mark Gertler, and Simon Gilchrist, “The financial accelerator in a quantitative business cycle framework,” *Handbook of macroeconomics. Volume 1C*, (1999), 1341-93. Amsterdam; New York and Oxford: Elsevier Science, North-Holland.
- Bloom, Nick, “The impact of uncertainty shocks,” forthcoming in *Econometrica* (2009).
- Canzoneri, Matthew, Robert Cumby, Behzad Diba, and David López-Salido, “Monetary aggregates and liquidity in a neo-Wicksellian framework,” *Journal of Money, Credit, and Banking* 40 (2008), 1667-1698.
- Carlstrom, Charles T., and Timothy S. Fuerst, “Agency costs, net worth, and business cycle fluctuations: a computable general equilibrium approach,” *American Economic Review* 87 (1997), 893-910.
- Christiano, Lawrence, Roberto Motto, and Massimo Rostagno, “The great depression and the Friedman-Schwartz hypothesis,” *Journal of Money, Credit, and Banking*, 35 (Part 2) (2003), 1119-97.
- do Val, Joao B.R., and Tamer Başar, “Receding horizon control of jump linear systems and a macroeconomic policy problem,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, 23 (1999), 1099-1131.
- Goodfriend, Marvin, “Narrow money, broad money, and the transmission of monetary policy,” in Faust, J., Orphanides, A., Reifschneider, D. (Eds.), *Models and Monetary Policy: Research in the Tradition of Dale Henderson*, Richard Porter, and Peter Tinsley. Board of Governors of the Federal Reserve System (2005).
- Goodfriend, Marvin, and Bennett T. McCallum, “Banking and interest rates in monetary policy analysis: a quantitative exploration,” *Journal of Monetary Economics*, 54 (2007), 1480-1507.
- Kato, Ryo, “Liquidity, infinite horizons and macroeconomic fluctuations,” *European Economic Review* 50 (2007), 1105-1130.
- Ljungqvist, Lars and Thomas J. Sargent, *Recursive Macroeconomic Theory* 2nd ed., MIT

- Press (2004).
- McGrattan, Ellen R. “A note on computing competitive equilibria in linear models,” *Journal of Economic Dynamics and Control* 18 (1994), 149-160.
- Moessner, Richhild, “Optimal discretionary policy in rational expectations models with regime switching,” Bank of England Working Paper 299 (2006).
- Shioji, Etsuro, “Who killed the Japanese money multiplier? A micro-data analysis of banks,” paper presented at the Far Eastern Meeting of the Econometric Society, Seoul (2004).
- Svensson, Lars E.O. and Williams, Noah, “Monetary policy with model uncertainty: distribution forecast targeting,” mimeo, (2007), available from Noah Williams’ web site at <http://www.ssc.wisc.edu/~nwilliam/>.
- Svensson, Lars E.O. and Williams, Noah, “Optimal monetary policy under uncertainty: a Markov jump-linear-quadratic approach,” *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, July/August (2008), 275-293.
- Zampolli, Fabrizio, “Optimal monetary policy in a regime-switching economy: the response to abrupt shifts in exchange rate dynamics,” *Journal of Economic Dynamics and Control* 30 (2006), 1527-1567.
- 内野泰助「預金構成の変化が銀行の流動性需要に与えた影響—家計と銀行のマ
イクロデータによる実証分析」一橋大学経済学研究科修士論文, (2008).
- 塩路悦朗・藤木裕「金融不安, 低金利と通貨需要」, 『金融研究』24 (2005), 1-50.
- 堀雅博・寺井晃「カールソン・パーキン法によるインフレ期待の計測と諸問題」,
ESRI Discussion Paper Series 91, (2004), 内閣府経済社会総合研究所.
- 宮尾龍蔵「日本の設備投資行動：1990年代以降の不確実性の役割」日本銀行金
融研究所ディスカッション・ペーパー No.2008-J-19 (2008).