

経済資本運営の可能性と課題

V a Rを始めとしたリスクの表現手段と 経営への活用可能性

2007年7月11日

みずほ第一フィナンシャルテクノロジー（株）

池森 俊文

自己紹介がわりに・・・

みずほ第一フィナンシャルテクノロジー株式会社 (Mizuho-DL Financial Technology Co.,Ltd)

【会社概要】

●みずほグループの金融技術開発専門子会社

- ・所在地：千代田区大手町大手センタービル1 2階
- ・資本金：2億円（株主：みずほコーポレート銀行、第一生命、損保ジャパン）
- ・従業員：約95名

●株主グループ各社の金融技術開発、および開発技術を応用した各種コンサルティングを実施

- ・新商品・新金融スキーム開発およびプライシング技術（派生商品・証券化・保険等）
- ・リスク管理技術（市場・信用・商品・地震・天候および統合リスク管理）
- ・投資・運用技術（ポートフォリオ構成・パフォーマンス評価）

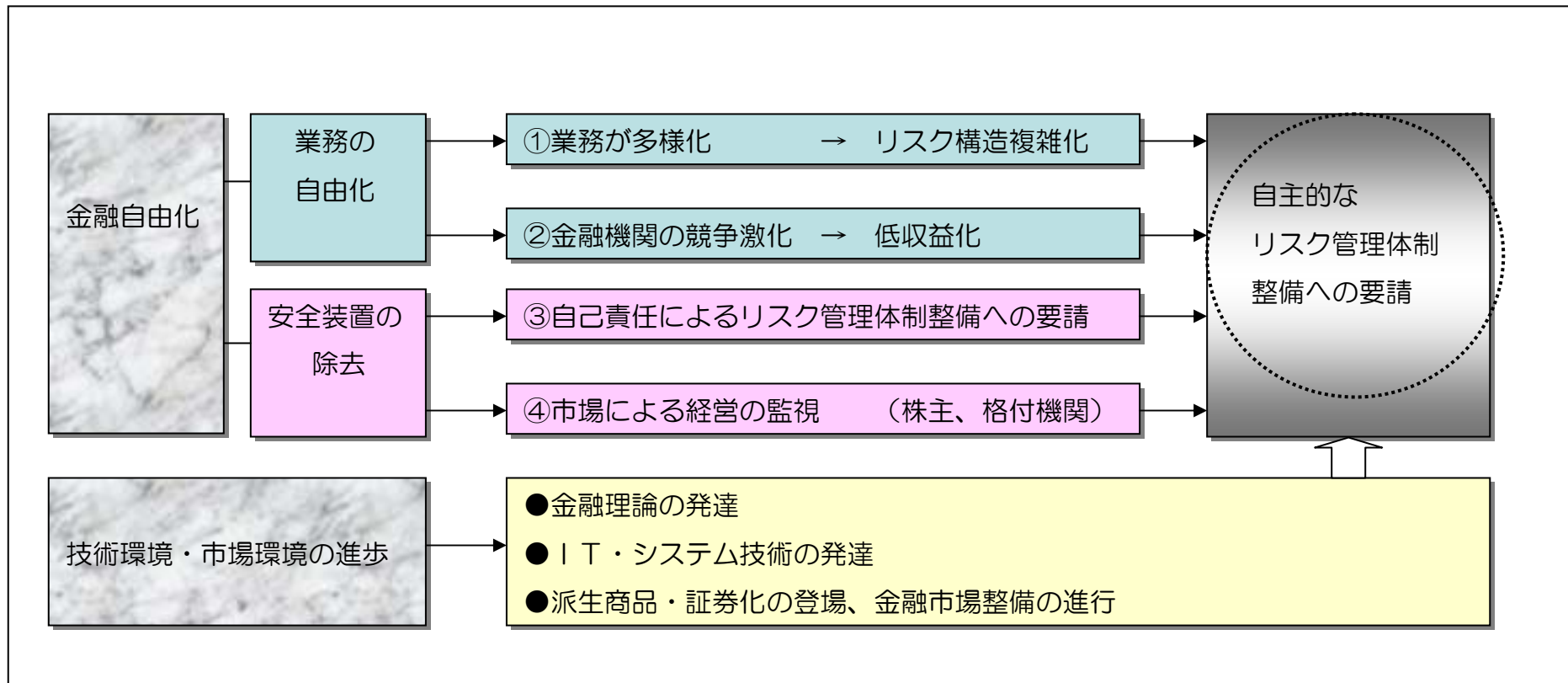
目 次

1. リスク管理を取り巻く環境
2. リスクの計量について
3. リスク計量の公理論的な組み立て
4. リスク計量の事例
5. リスク計量の実務展開
6. 自主的な統合リスク管理を目指して

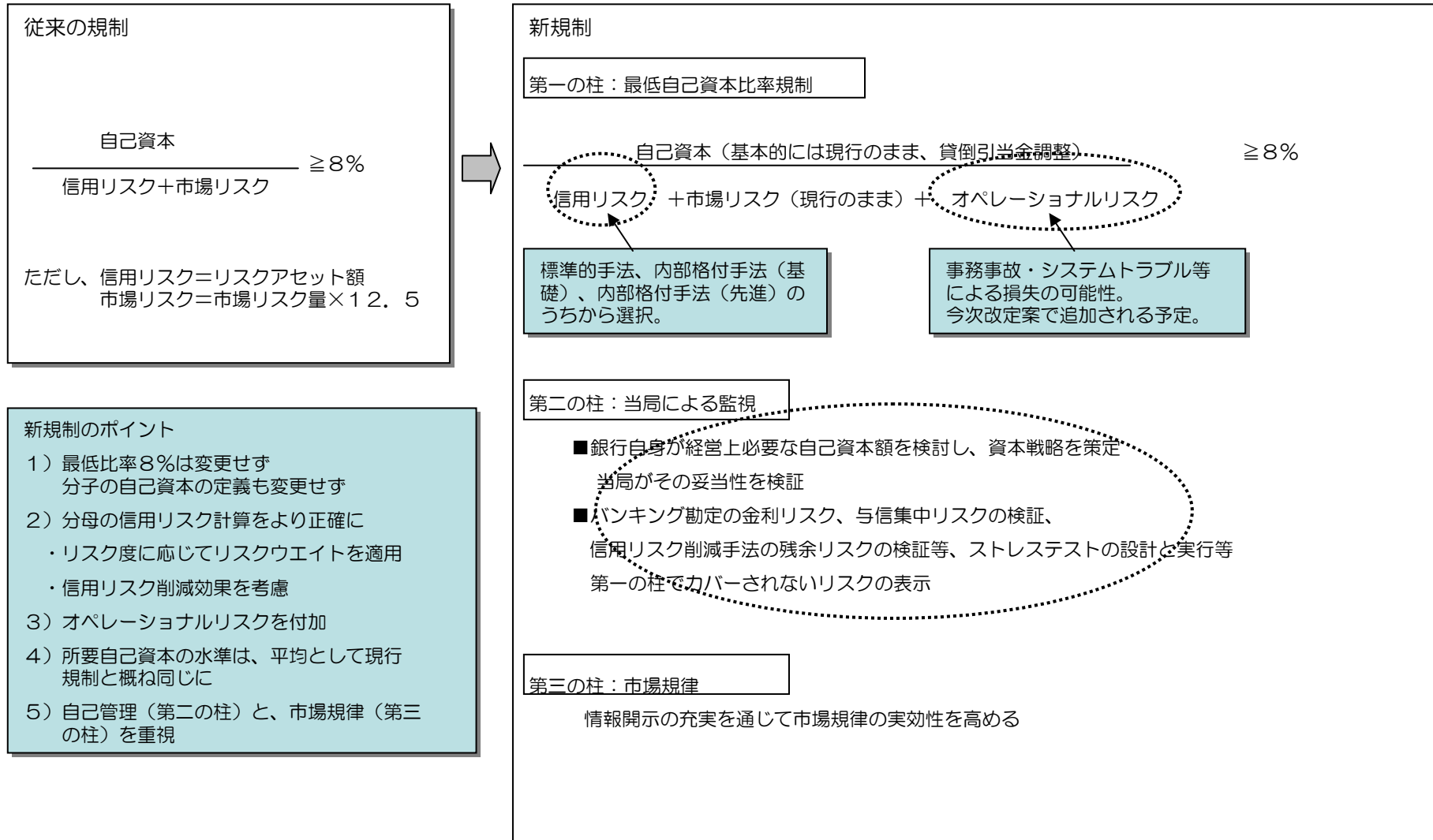
1. リスク管理を取り巻く環境

1-1. 自主的なリスク管理を要請される背景

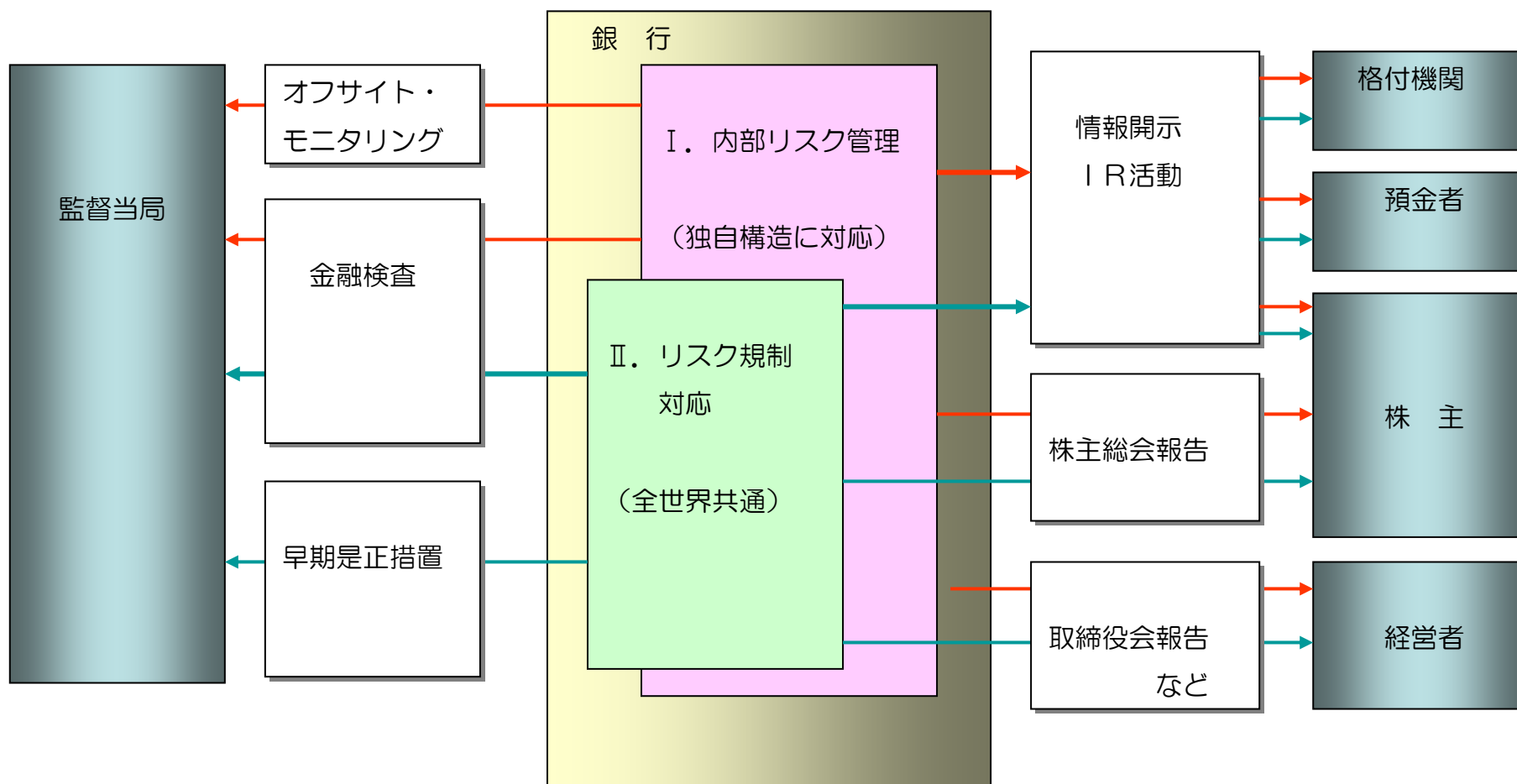
- 【要点】
- 金融自由化によって、①銀行業務が多様化、②保険、証券やその他業態も含めて競争が激化
 - 自由化は外部安全装置の除去、③自主的なリスク管理体制整備や、④外部監視への期待が強まる
 - 一方、技術環境・市場環境の進歩は、リスク管理体制整備をやり易くする要因に



1-2. 世界規模でのリスク再規制の動き：新BIS規制の概要



1-3. 2本建てのリスク管理 (= I. 自主的(内部)リスク管理と、II. リスク規制対応)



2. リスクの計量について

2-1. リスク計量の流れ

1) H. Markowitz 以前の投資の世界では、リスクは気合い (Guts) の問題であり、計量の対象とは考えられなかった。 (Against The Gods :P. Bernstein)

2) 金融工学登場の契機となった2つの理論では、いずれもリスクが主要な役割を果たした。

◎ポートフォリオ理論 (H. Markowitz : 1952)

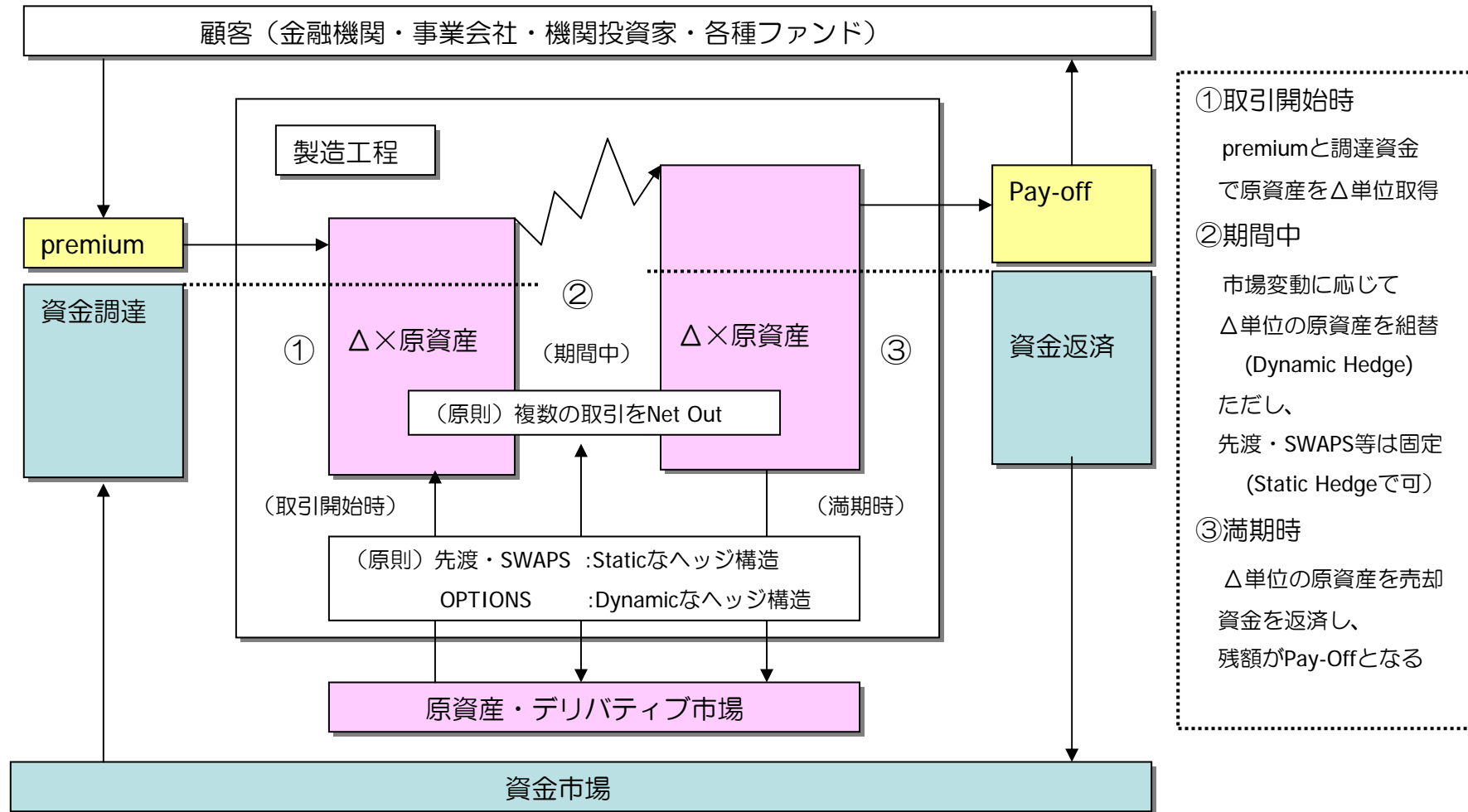
- ・ リスクを投資収益率の期待値の周りの分散 (Variance) として定義し、
- ・ 分散投資によるリスク削減効果を数学的に分析

◎オプション価格理論 (F. Black & M. Scholes :1973)

- ・ オプションの満期キャッシュフローを、原資産と安全資産によってダイナミックに複製する方法を提示し、その方法を構築するために必要な初期資金として、オプション価格を算定。
- ・ オプションのリスクは、原資産価格変動に対する感応度 (ニデルタ) で表現

(参考) デリバティブのリスクはデルタ等の感応度指標で表示

【要旨】 ■先渡・スワップはStaticなヘッジ、オプションはDynamicなヘッジ



3) 1990年代半ばに、J. P. Morganを始めとする複数の金融機関が、
V a R (= Value at Risk) を、市場リスク計量の標準として普及させることに努め、
B I S規制で、それをトレーディング勘定の市場リスク計量手法として採用するに至り、
V a Rは実務界におけるリスク計量の標準的手法として浸透した。

4) リスクを、一定のストレスシナリオが実現した場合の最大損失、として計量する方法も

◎米国モーゲージ機関へのリスク規制

◎最近では、新B I S規制における、第二の柱、バンキング勘定の金利リスク計量

5) このような経緯を経つつ、2000年前後から、

以下のような領域において、リスク計量に関する議論や研究、実用化等が活発化している。

①リスク計量の公理論的な特徴付け

②Coherentなリスク計量の具体的な構成

③リスク計量の金融経済理論との関係

④リスク計量の金融実務への広範な応用 など

3. リスク計量の公理的な組み立て

3-1. 投資手法、リスク計量、将来の事象、シナリオ

■金融取引等を、その取引等による一定期間中の損益を表す確率変数 X で表現する。

◎各種の X で構成される集合 A は、[取引可能性の集合](#)と考えられる

■金融取引等のリスク計量とは、

確率変数 X に対応付けられた実数値 $\rho(X)$ で、損失発生の程度を表現したもの。

■将来発生し得る事象全体(=有限個)を、 $\omega \in \Omega$ とし、

各事象が実現した場合の金融取引等の成果を、 $X(\omega)$ で表す。

■各事象が発生する確率を、 $p(\omega)$ で表す。 $0 \leq p(\omega) \leq 1$

$$\sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) = 1$$

◎各種の p で構成される集合 Q は、[将来シナリオの集合](#)と考えられる

3-2. Coherent なリスク計量

■リスク計量 $\rho(X)$ が、Coherent なリスク計量である、とは、

以下の諸条件を満たす場合をいう。

1) 準加法性 $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y) \quad \forall X, Y \in \Gamma$

2) 正值同次性 $\lambda \geq 0 \Rightarrow \rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$

3) 単調性 $X \leq Y \Rightarrow \rho(X) \geq \rho(Y)$

4) 遷移不変性 $m \in R \quad \rho(X + m) = \rho(X) - m$

3-3. Acceptable な取引可能性の集合

■金融取引等の集合 A が、acceptable であるとは、

以下の条件を満たすこと

1) 将来どのような事象が起っても、損失とならないような金融取引等を含む

$$A \supset L_+ = \{X \mid \forall \omega \in \Omega, X(\omega) \geq 0\}$$

2) 将来どのような事象が起っても、必ず損失となるような金融取引等は含まない

$$A \cap L_- = \{X \mid \forall \omega \in \Omega, X(\omega) < 0\} = \phi$$

3) A は convex

$$X, Y \in A \Rightarrow tX + (1-t)Y \in A \quad 0 \leq t \leq 1$$

4) A は cone

$$X \in A, \lambda > 0 \Rightarrow \lambda \cdot X \in A$$

3-4. 相互関係

- A を acceptable な金融商品等の集合とする。 A によるリスク計量を以下のように定義する。

$$\rho_{A,r}(X) = \inf \{m \mid mr + X \subset A\} \quad r : \text{利子率}$$

- ρ をリスク計量とする。 ρ による金融取引の集合を以下のように定義する。

$$A_\rho = \{X \in \Pi \mid \rho(X) \leq 0\} \quad \Pi : \text{金融取引全体の集合}$$

- 以下の関係がある

- 1) B : acceptable ならば、 $\rho_{B,r}$ は coherent である。

かつ、 $A_{\rho_{B,r}} = \bar{B}$: B の閉包

- 2) ρ : coherent ならば、 A_ρ は閉で、acceptable な集合である。

かつ、 $\rho_{A_\rho,r} = \rho$

3-5. 表現定理

■将来シナリオの集合 Q に基づくリスク計量を、次のように定義する。

$$\rho_Q(X) = \sup \left\{ E_p \left[-\frac{X}{r} \right] \mid p \in Q \right\}$$

このとき、 ρ_Q は coherent なリスク計量である。

■逆に、 ρ が coherent なリスク計量であるならば、
ある将来シナリオの集合 Q が存在して、

$$\rho(X) = \rho_Q(X) = \sup \left\{ E_p \left[-\frac{X}{r} \right] \mid p \in Q \right\}$$

と表すことができる。

4. リスク計量の事例

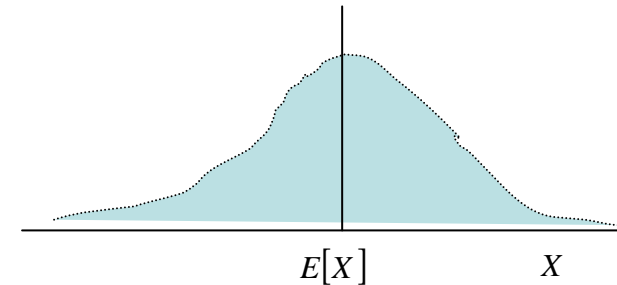
4-1. 分散（標準偏差）による計量、k次下方部分モーメントによる計量

■ 金融取引等による損益を表す確率変数 X

■ 分散（標準偏差）によるリスク計量

$$V[X] = E[(X - E[X])^2]$$

$$\sigma[X] = E[(X - E[X])^2]^{1/2}$$



■ k次下方部分モーメント（Lower-partial-moment of degree k）による計量

$$LPM_k[c, X] = E[\max(c - X, 0)^k]$$

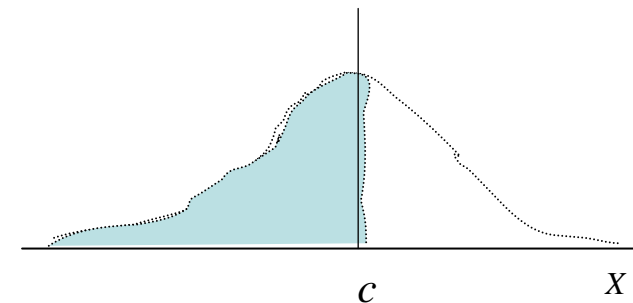
$$NLPM_k[c, X] = LPM_k[c, X] = E[\max(c - X, 0)^k]^{1/k}$$

例) $k = 1$ の場合、期待失望（Expected Regret）

$$ER[X] = E[\max(c - X, 0)]$$

例) $k = 2$ の場合、半分散（Semi-Variance）

$$SV[X] = E[\max(E[X] - X, 0)^2]$$



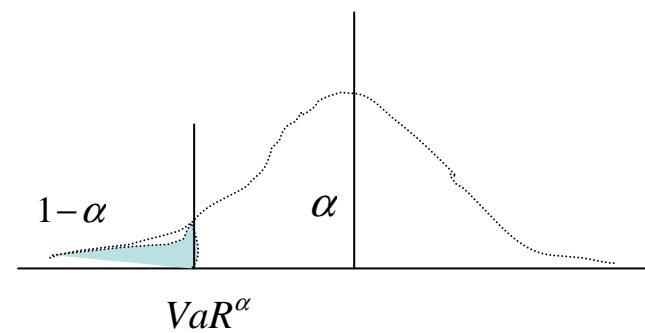
4-2. VaRによる計量、ESによる計量

- X の分布における α 点を次のように定義する。

$$x_{(\alpha)} = q_{\alpha}(X) = \inf \{x \in R : P[X \leq x] \geq \alpha\}$$

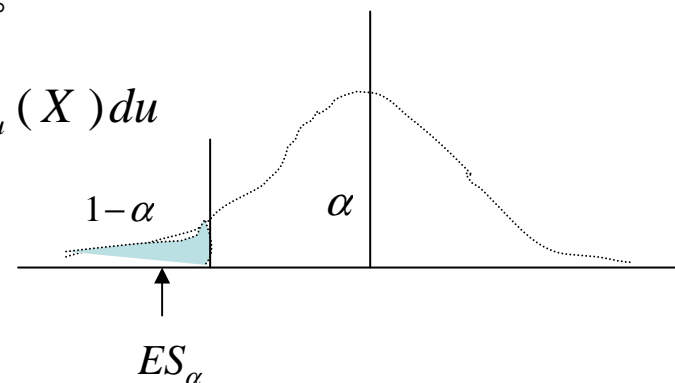
- 信頼度 α の VaR (Value at Risk) を次のように定義する。

$$VaR_{\alpha}(X) = -x_{(1-\alpha)} = q_{\alpha}(-X)$$



- 信頼度 α の ES (Expected Shortfall) を次のように定義する。

$$ES_{\alpha}[X] = \frac{1}{1-\alpha} E[X \cdot 1_{\{X \leq x_{(1-\alpha)}\}}] = -\frac{1}{1-\alpha} \int_0^{1-\alpha} q_u(X) du$$



4-3. Spectral リスク計量

- Spectral リスク計量 $M_\phi(X)$ は、次のように定義される。

$$M_\phi(X) = -\int_0^1 x_{(u)} \cdot \phi(u) \cdot du$$

ただし、 $\phi \in L([0,1])$

- ϕ は、リスク回避度を表す加重関数である。

$\|\phi\| = 1$ 、 $\phi > 0$ 、減少関数 のとき、 ϕ は admissible と呼ばれる

- $M_\phi(X)$ が coherent $\Leftrightarrow \phi$ が admissible

■例) $\phi(u) = \frac{1}{\alpha} 1_{\{0 \leq u \leq \alpha\}}$ と置けば、 $ES_\alpha[X] = M_\phi(X)$

例) $\phi(u) = \delta(u - \alpha)$ と置けば、 $VaR_\alpha[X] = M_\phi(X)$

5. リスク計量の実務展開

■リスク計量は、以下のような領域において、実務に広く応用されている。

1) 金融商品のプライシング

- ・ 保険商品のプレミアム原理
- ・ リスクを考慮した貸出金利の設定

2) 金融商品のヘッジング

- ・ デルタによるダイナミックヘッジ
- ・ ポジションの最小分散ヘッジ

3) ポートフォリオの最適化

- ・ 一定のリスク範囲の下、期待収益率を極大にするようなポートフォリオ構成

4) 引当金の設定など [会計への応用]

- ・ 一般貸倒引当金と信用リスク計量

5) 部分リスク合算の方法、部分ポートフォリオへのリスク資本配賦の方法

- ・ リスク寄与度による配賦 など

6) リスク調整によるパフォーマンス評価の方法

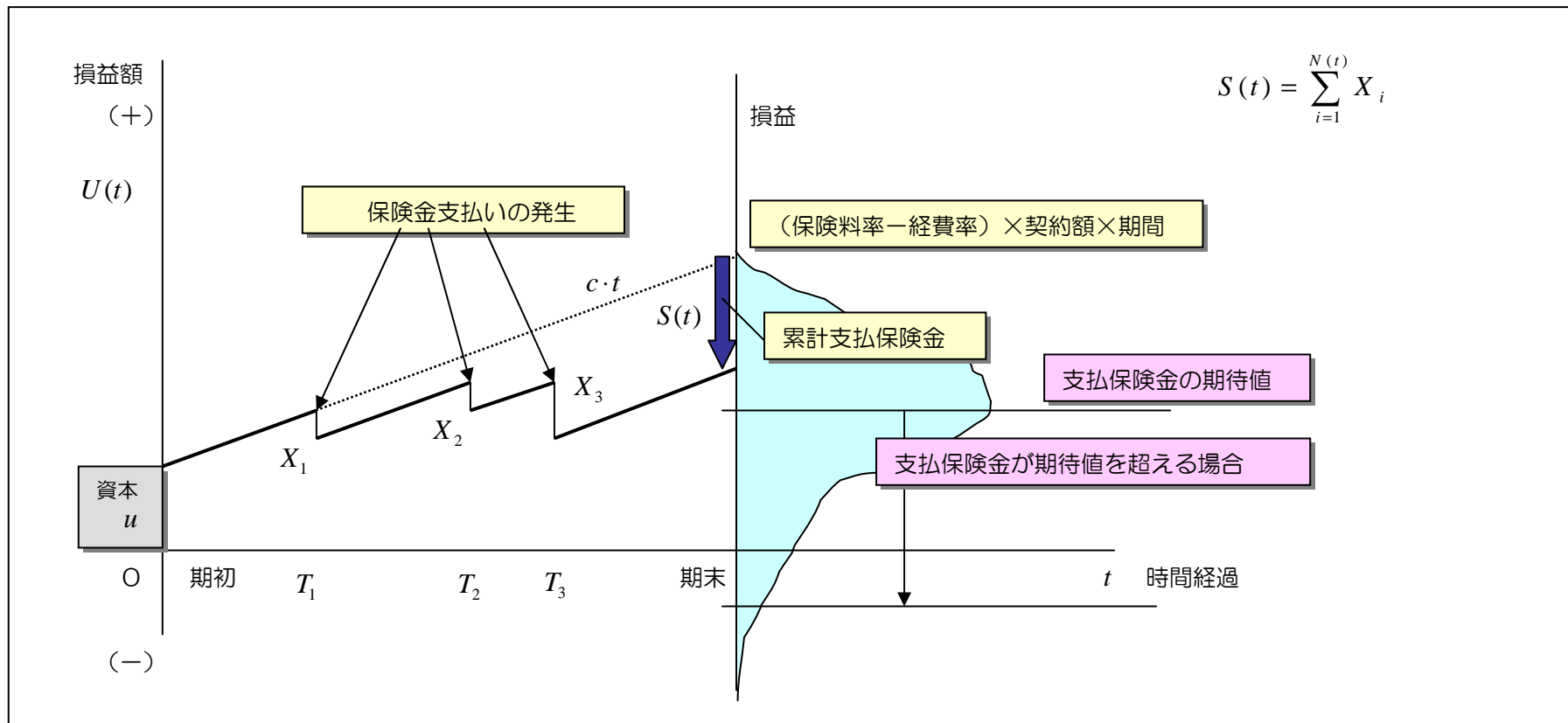
- ・ RAR_{OC}, SVA など

6. 自主的な統合リスク管理を目指して

6-1. 保険数理におけるリスク理論

◆ 【要点】

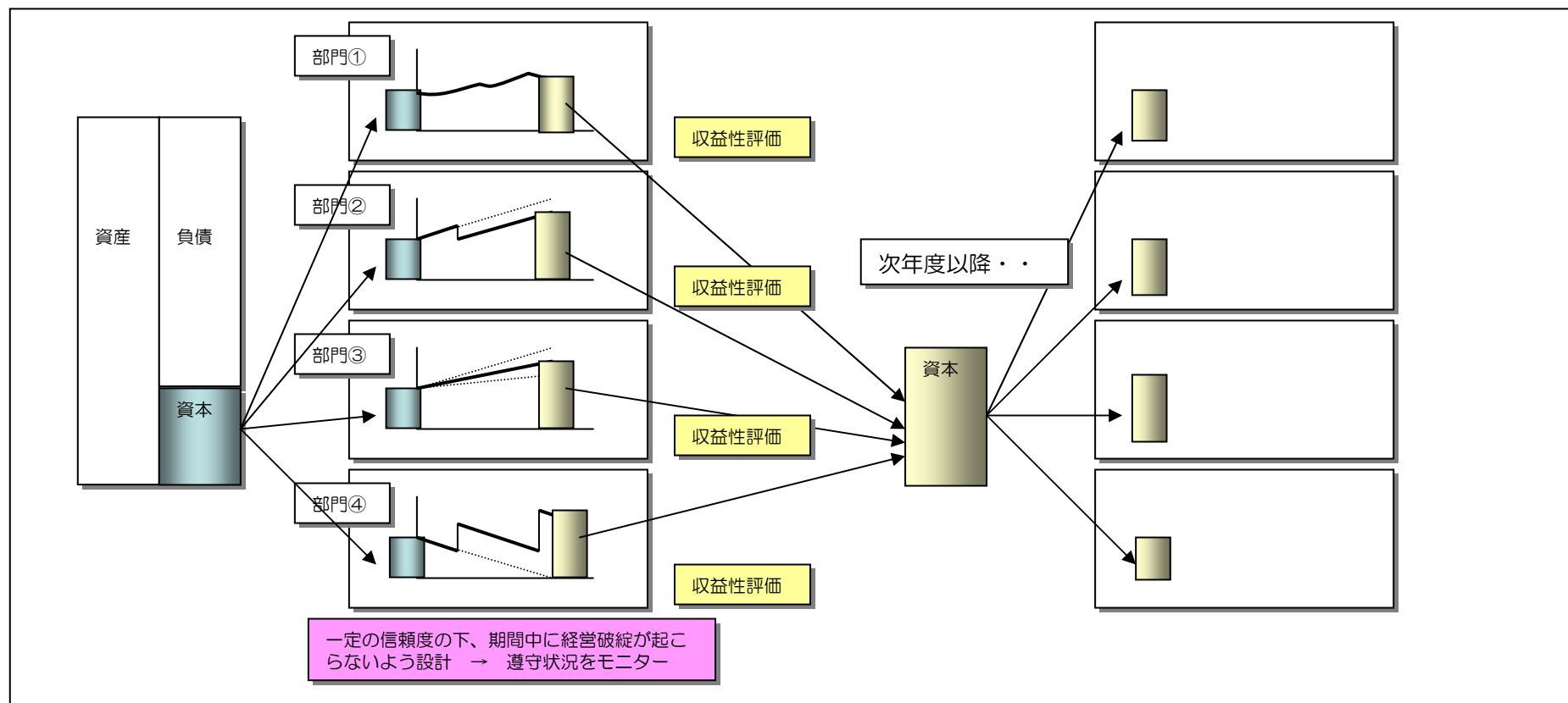
- 保険業務の損益は、保険金支払いの発生が不確定要因。1年間の保険料収入 $c \cdot t$ (除く経費) は概算可能
- 1年間に発生する支払保険金 X_i の累計 $S(t)$ は確率変数となる



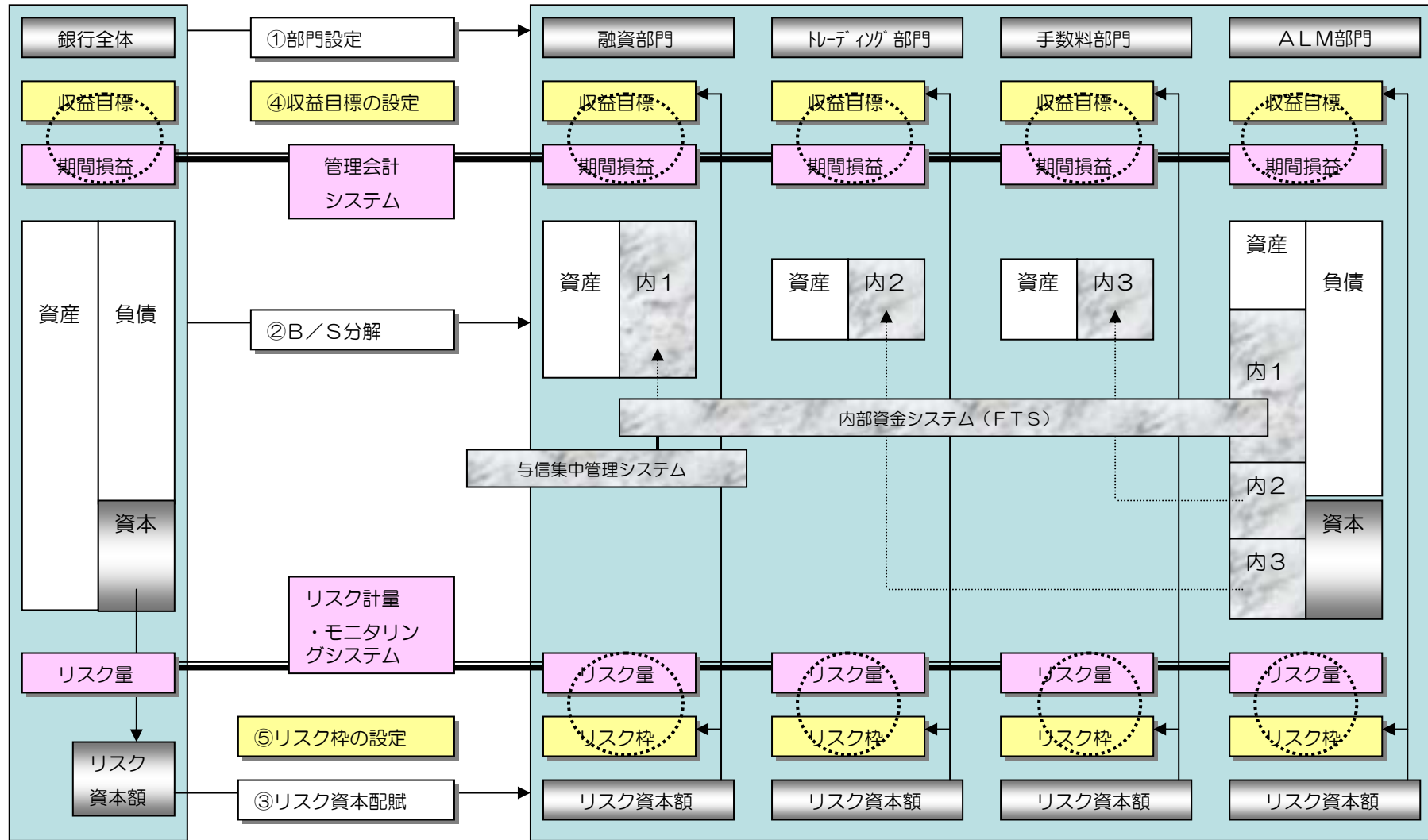
6-2. 金融機関経営と統合リスク管理のイメージ

【要点】

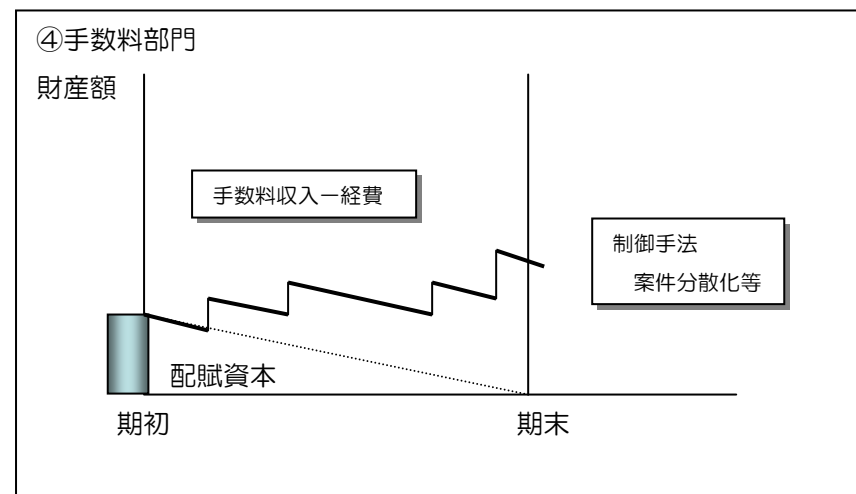
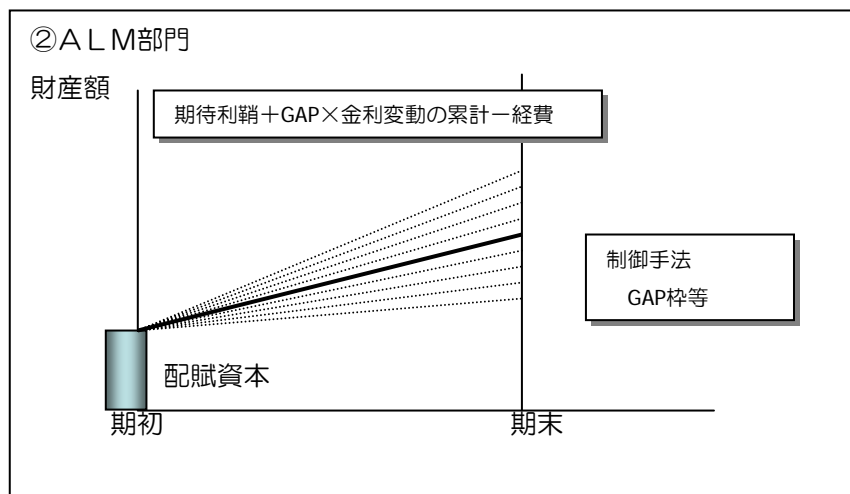
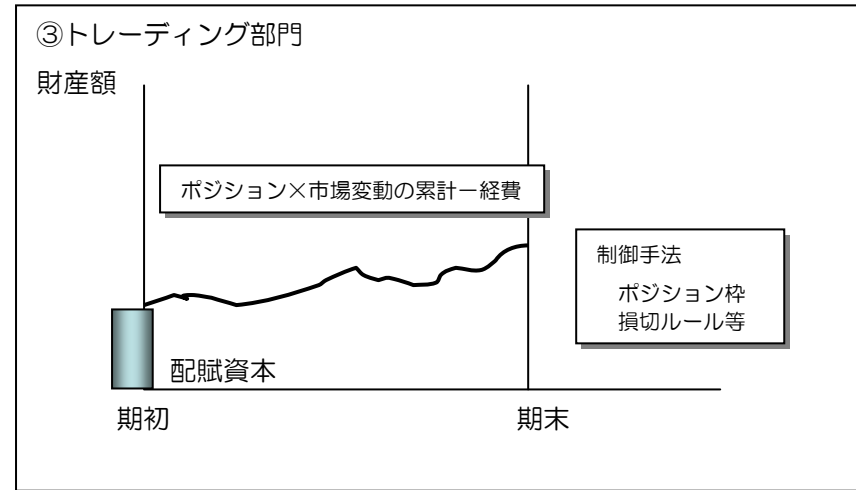
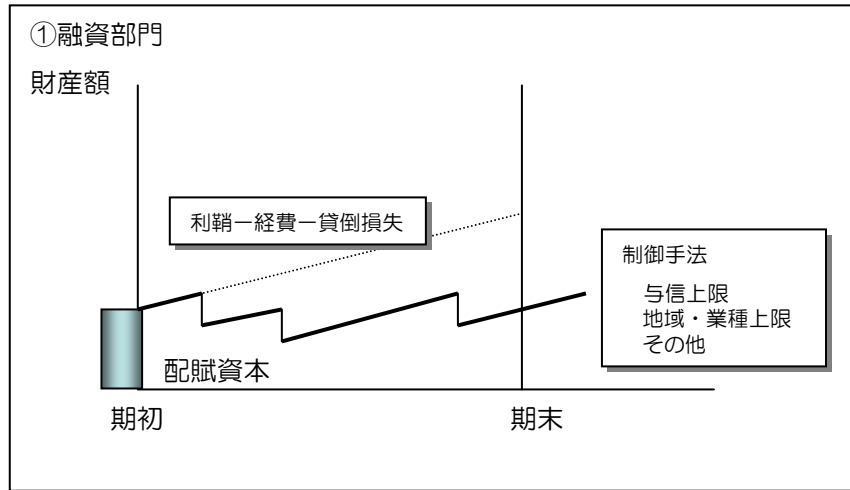
- 金融機関は、異なる不確実性（リスク）特性を有する複数の業務の集合体。各業務からは独特のCash in-flowとCash out-flowが発生
- 期初の資本配賦によって、各業務で取れるリスクを制約しながら、収益（Cash net-flow）を積み上げていく。
- 期末に清算して、収益性の評価を行う。（RAPM=Risk Adjusted Performance Measurement）
- これらの一連のプロセスを、一定の信頼度の下、経営破綻が起こらないように組み立てる。IRにより外部にもアピール。



6-3. 部門別管理のための仕組み作り



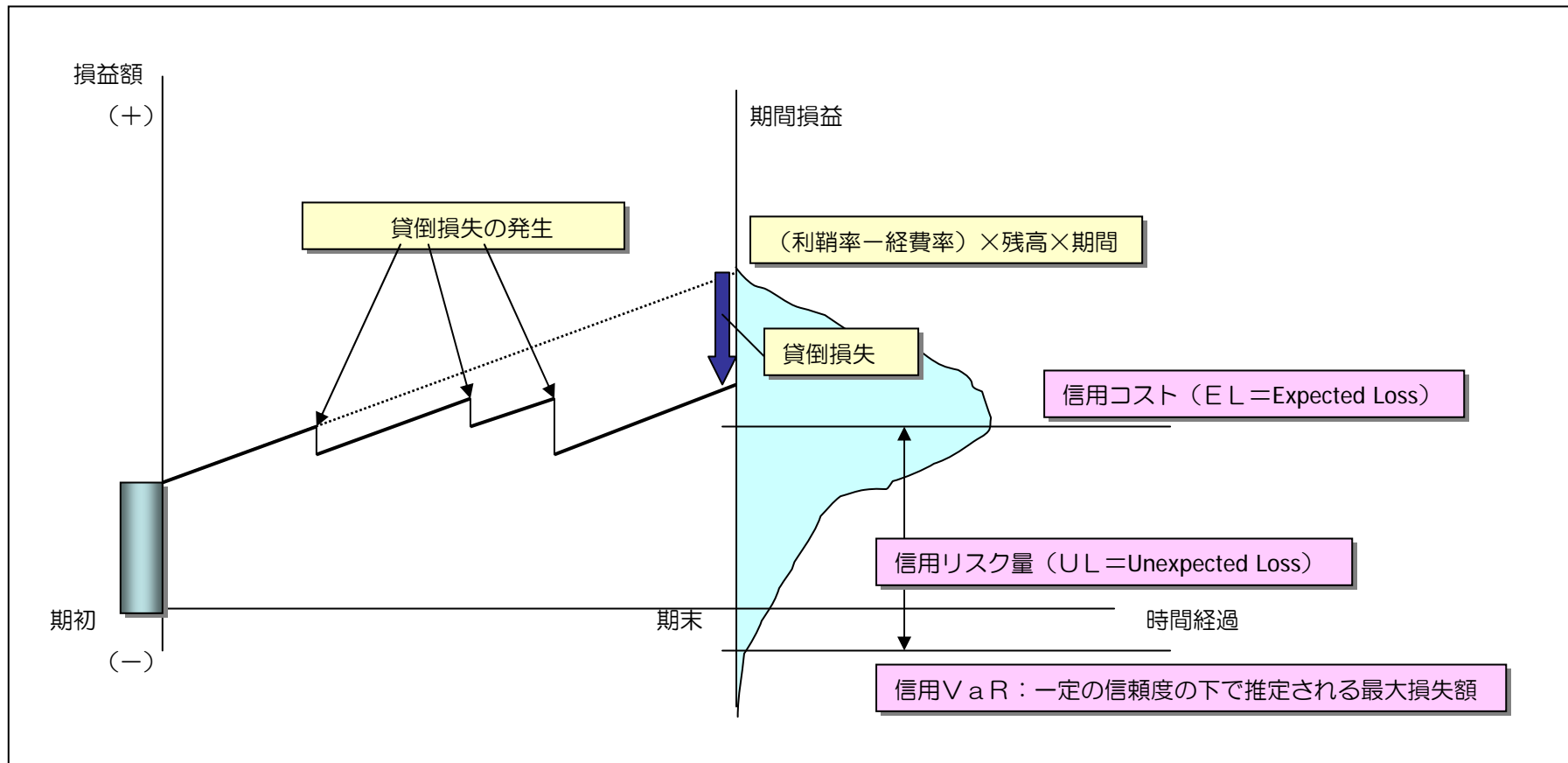
6-4. 業務部門毎の損益・リスク発生メカニズム



(参考) 融資部門の損益・リスク計量

【要点】

- 融資部門の損益は、貸倒損失の発生が不確定要因（＝信用リスク）。利鞘は算定可能
- 期間中（1年間）に発生する損益（＝利鞘－経費－貸倒損失）は確率変数となり分布を構成



(参考) 損益プロセスの書き下し

■融資部門の損益発生を次のようにモデル化する

$W_{Loan}(0)$: 融資部門への資本配賦額=初期財産額

$$\begin{aligned} \tilde{W}_{Loan}(T) &= W_{Loan}(0) + \int_0^T d\tilde{W}_{Loan}(t) \\ d\tilde{W}_{Loan}(t) &= \sum_{i=1}^N X_i \pi_i \cdot dt - C_{Loan} \cdot dt - \sum_{i=1}^N X_i(1-\theta_i) \cdot d\tilde{N}_i(t) \end{aligned} \quad (1)$$

ただし、 $X = \sum_{i=1}^N X_i$: 貸出ポートフォリオ X_i : 取引先 i への貸出額

π_i : 利鞘率=貸出利率-内部利率

C_{Loan} : 単位時間当たりコスト

θ_i : 担保・保証等によるデフォルト時回収率

$\tilde{N}_i(t)$: 取引先 i のデフォルト状態を表す jump process

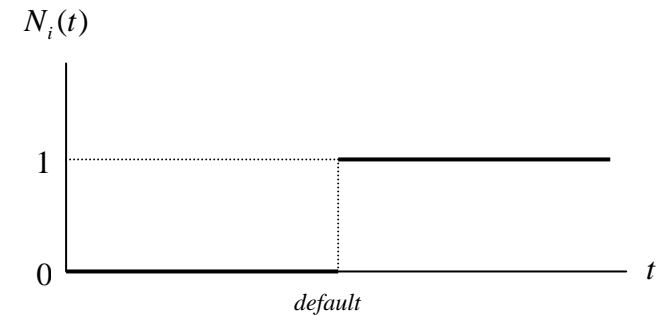
$$\tilde{N}_i(t) = \begin{cases} 1 & \text{default until-}t \\ 0 & \text{not-default until-}t \end{cases}$$

$$P[d\tilde{N}_i(t) = \tilde{N}_i(t+dt) - N_i(t) = 1 | N_i(t) = 0] = \lambda \cdot dt \quad (2)$$

期初を $t = 0$ とすると、

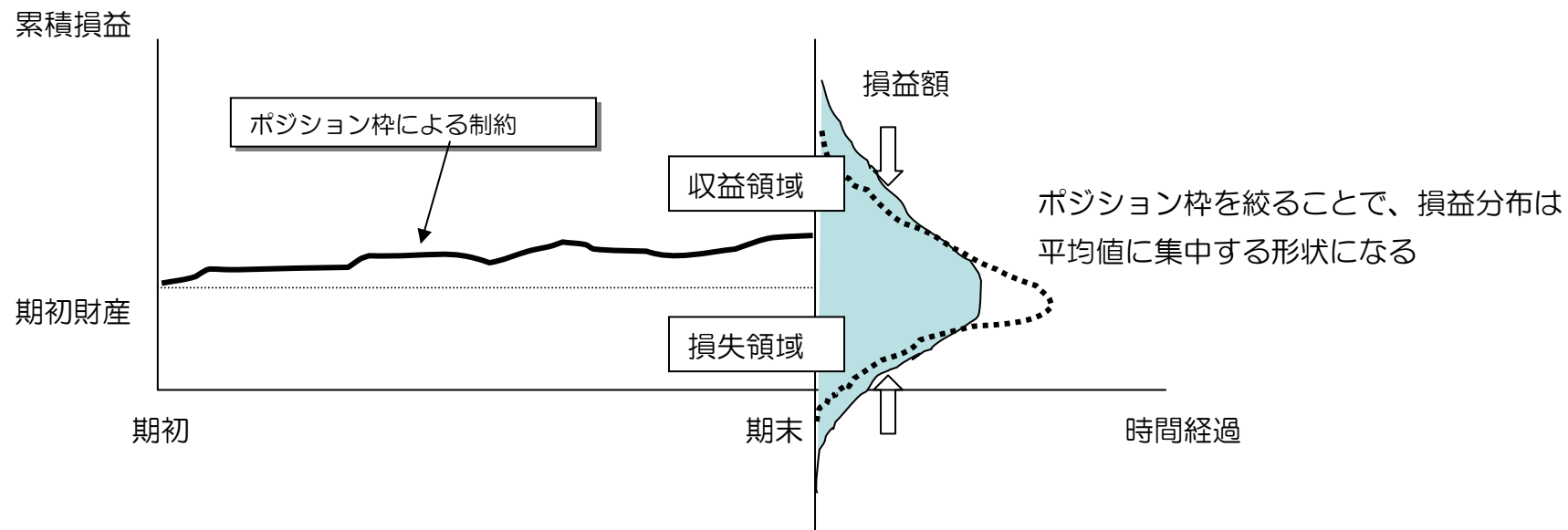
$$P[\tilde{N}_i(t) = 0 | N_i(0) = 0] = e^{-\lambda \cdot t} \approx 1 - \lambda \cdot t \quad (3)$$

$$P[\tilde{N}_i(t) = 1 | N_i(0) = 0] = 1 - e^{-\lambda \cdot t} \approx \lambda \cdot t$$

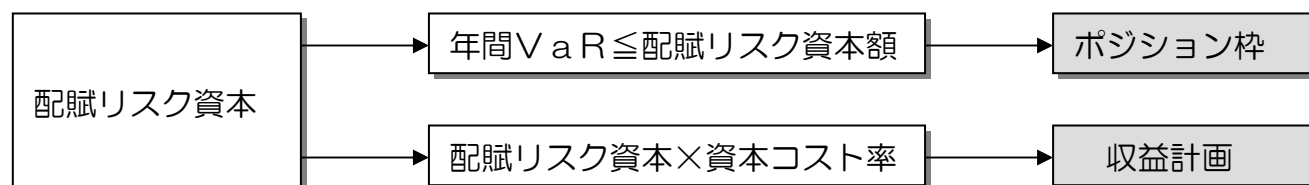


(参考) 収益計画とポジション枠

(1) ポジション制約を強めることによって損失発生は抑制される。しかし、同時に収益機会も減少する。(下図)



(2) 収益計画とリスク制御計画を、整合的に設定するために、いずれもリスク資本配賦を基準に行う。



- ・ 期初に、各営業推進部門に対してリスク資本配賦を行い、収益計画とリスク制御計画を設定する
- ・ 期間中は、日々、リスク制御ルールが遵守されていることを確認する（モニタリング）
- ・ 期間終了後の収益実績評価は、リスク対比で行う

(参考) 年間損益の期待値と貸出条件

■取引先 i 毎に、1年間のフロー損益の期待値が必要利益額を上回るようにしたい。

$$\tilde{W}_{Loan}(1) = W_{Loan}(0) + \left(\sum_{i=1}^N X_i \cdot \pi_i - C_{Loan} \right) \cdot \int_0^1 dt - \sum_{i=1}^N X_i \cdot (1 - \theta_i) \cdot \tilde{N}_i(1) \quad : \text{1年後の財産額}$$

$$\begin{aligned} E[\tilde{W}_{Loan}(1) - W_{Loan}(0)] &= \sum_{i=1}^N X_i \cdot \pi_i - C_{Loan} - \sum_{i=1}^N X_i (1 - \theta_i) \cdot E[\tilde{N}_i(1)] \\ &= \left(\sum_{i=1}^N X_i (\pi_i - c_{Loan}(X_i)) \right) - \sum_{i=1}^N X_i (1 - \theta_i) \cdot \lambda \\ &= \sum_{i=1}^N X_i (\pi_i - c_{Loan}(X_i) - (1 - \theta_i) \lambda) \end{aligned} \quad (4)$$

$$(\text{注}) \quad C_{Loan} = \sum_{i=1}^N c_{Loan}(X_i) \cdot X_i$$

■取引先 i との取引に賦課されるべきリスク資本を Γ_i 、資本コスト率を ρ とすると、必要利益率は以下のようになる。

$$X_i (\pi_i - c_{Loan}(X_i) - (1 - \theta_i) \lambda) > \rho \cdot \Gamma_i \quad (5)$$

したがって、必要利鞘率は以下のように算定される。

$$\pi_i > c_{Loan}(X_i) + (1 - \theta_i) \lambda + \rho \cdot \frac{\Gamma_i}{X_i} \quad (6)$$

■確保すべき利鞘率水準を表すこの式は、プライシングガイドラインなどと呼ばれている。

■なお、このような定式化と信用リスク計量との関係は以下のとおり。

$$\tilde{L} = \sum_{i=1}^N X_i (1 - \theta_i) \tilde{N}_i(1) \quad EL = E[\tilde{L}] = \sum_{i=1}^N X_i (1 - \theta_i) \lambda$$

(参考) リスク制約の考え方 (単純化したケース)

- 発生する損失を、一定の信頼度の下で、配賦リスク資本額 $W_{Loan}(0)$ の範囲内に制御することを考える。
- ①各取引先に対する貸出額が均等 (X/N) で、②回収率が等しく、③デフォルトが相互に独立に発生すると仮定すると、年間損益の期待値の周りの分散は次のように計算される

$$\begin{aligned} V[\tilde{W}_{Loan}(1) - W_{Loan}(0)] &= \sum_{i=1}^N \frac{X^2}{N^2} (1-\theta)^2 V[\tilde{N}_i(1)] \\ &= \sum_{i=1}^N \frac{X^2}{N^2} (1-\theta)^2 \lambda \cdot (1-\lambda) = \frac{X^2}{N} (1-\theta)^2 \lambda \cdot (1-\lambda) \end{aligned} \quad (7)$$

- 一定の信頼度の下での損失額上限を、標準偏差の ϕ 倍とする。損失額期待値が利鞘でカバーされているとすると、期待値を上回る損失を表す次式が、配賦リスク資本額以内となるようにする。

$$UL^2 = \phi^2 \cdot V[\tilde{L}] = \phi^2 \cdot \frac{X^2}{N} (1-\theta)^2 \lambda \cdot (1-\lambda) < W_{Loan}(0)^2 \quad (8)$$

したがって、最低分散社数 N_{\min} が次のように計算される

$$N_{\min} > \phi^2 \cdot \frac{X^2}{W_{Loan}(0)^2} (1-\theta)^2 \lambda \cdot (1-\lambda) \quad (9)$$

6-5. 統合リスク管理に向けてのチェックポイント

(1) リスク総量把握が重要。ポイントは網羅性、独立性、無矛盾性

- ①網羅性 オペレーショナルリスク、手数料ビジネスのリスク、株式ポートフォリオの個別リスク 等
- ②独立性 バンキング勘定のE a RとV a R、株式リスクと信用リスク、決済リスク、リスク間関連の処理 等
- ③無矛盾性 各リスク量の尺度が統一されているか（発生期間、信頼度等）

(2) 収益性計量の尺度に合わせてリスク量を計量すること。

- ①期間損益ベースか、評価損益を考慮した管理会計ベースか
 - リスク資本と対比させるのはどのベースか
- ②税引前ベースか、税引後ベースか
 - 収益のリスク調整はどのベースか

(3) リスク量は大きく2つの観点から評価するべき。

- ①損失処理可能な範囲内にリスク量が抑えられているか。（預金者、監督当局、格付機関の観点）
- ②抱えたリスクに対して十分な収益が上がっているか。（株主、格付機関の観点）

(4) リスク量の計量だけでなく、リスク制御の仕組みが整備されていること。

①リスク資本を基礎とした組み立て

- ・収益目標の設定 (目標資本利益率 (Cost of Capital) 水準の考え方 等)
- ・取引制約ルールの設定 (リスク制御の信頼度、目標とする格付との整合性)

②個々の取引制約ルールは合理的に設定されているか

- ・ポジション上限と損切りルール
- ・与信上限設定の考え方、個社分散と地域・業種分散をどのように整理しているか 等

③モニタリング体制は十分か

- ・モニタリング頻度、報告フロー
- ・取引制約ルール設定、見直しフロー
- ・取引制約ルールが守られなかったときの処置と考え方

(5) 部門管理が合理的に組み立てられていること。

①内部資金システム

②与信集中管理システム (信用リスクの集約方法、クレジット受渡の方法)

③各部門へのリスク資本配賦手法 (配賦ロジック等)

④部門間、リスク種類間のリスク分散効果の認識

⑤部門のパフォーマンス評価の方法 (公平性、部門の動機付け、部分最適と全体最適の考え方 等)